Ingenieur en Economie — Samenvatting & Oefeningen

Ruben Ryckaert

9 januari 2026

Inhoudsopgave

0.1 Introductie . . . 8

1 Module 1: Marketing **8**
1.1 Marketing . . . 8
1.2 Marktmanagement . . . 9
1.2.1 Marktmanagement concepten . . . 9
1.3 Segmentatie . . . 11
1.4 Product Life Cycle . . . 11
1.5 Prijszetting . . . 12
1.5.1 Interne factoren . . . 12
1.5.2 Externe factoren . . . 14
1.5.3 Alles tesamen . . . 15
1.6 Prijszettingsmethodes . . . 15
1.6.1 Nieuwe producten . . . 15
1.6.2 Assortiment producten . . . 16
1.7 Prijsaanpasstrategieën . . . 16

2 Module 2: Lineair Programmeren **16**
2.1 Simplex Methode . . . 17
2.2 Simplex Methode: Voorbeeld . . . 17
2.3 Sensitiviteitsanalyse . . . 19
2.3.1 A. Wat als de winst per product verandert? . . . 19
2.3.2 B. Wat als je meer of minder materiaal hebt? . . . 19
2.3.3 C. Hoeveel waard is één extra eenheid? . . . 20

3 Module 3: Investering **22**
3.1 Inflatie . . . 22
3.2 Basisgegevens investeringsevaluatie . . . 23
3.3 Afschrijvingen . . . 23
3.4 Wat mag je nu afschrijven? . . . 25
3.5 Samengestelde interest, actualisatie, en annuïteiten . . . 25
3.6 Actualisatie en annuïteiten . . . 26
3.6.1 Actualisatie . . . 27
3.6.2 Annuïteiten . . . 28
3.7 Investeringsevaluatie methodes . . . 29
3.7.1 Payback-methode . . . 29
3.7.2 Discounted cashflow . . . 30

4 Module 4: Kostprijs calculatie **33**
4.1 Kostprijs elementen . . . 33
4.1.1 Fifo en Lifo . . . 34
4.1.2 Primitieve Toeslag methodes . . . 34
4.1.3 Verfijnde toeslagmethode . . . 35
4.1.4 Kostenplaatsmethode . . . 36
4.2 Kostprijsberekening methodes . . . 36
4.3 afwijkingsanalyse . . . 41
4.4 Activity Based Costing (ABC) . . . 43
4.5 Target based costing . . . 43

5 Module 5: Analyse van een jaarrekening **44**
5.0.1 Activa (Wat bezit het bedrijf?) . . . 44
5.0.2 Passiva (Waar komt het geld vandaan?) . . . 45
5.1 De balans . . . 46
5.2 Resultatenrekening . . . 46
5.3 Analyse van de jaarrekening . . . 47
5.4 Types van financiele analyse: . . . 48
5.5 Horizontale analyse . . . 48
5.6 Verticale analyse . . . 48
5.7 Ratio-analyse . . . 49
5.8 Conclusie . . . 55
5.9 Termenlijst Module 5 . . . 55
5.9.1 Basisdocumenten . . . 55
5.9.2 Activa (Bezittingen) . . . 55
5.9.3 Passiva (Financiering) . . . 55
5.9.4 Resultatenrekening . . . 55
5.9.5 Standaarden & Verslagen . . . 55
5.9.6 Analysetypes . . . 56
5.9.7 Liquiditeit . . . 56
5.9.8 Solvabiliteit . . . 56
5.9.9 Efficiëntie (Rotatie) . . . 56
5.9.10 Rentabiliteit . . . 56
5.9.11 Overige belangrijke termen . . . 57

6 Examenvragen **57**

7 Examentips **77**

8 Succes **78**

Formularium 'Ingenieur en Economie'

Module 1. Fundamenten van de marketing

Geen formules voorzien

Module 2. Lineair Programmeren

Geen formules voorzien

Module 3. Investeringsanalyse

Beschouw het kapitaal P, belegd tegen een rentevoet = i % per periode. Wat is de waarde F van dit kapitaal na n perioden?

$$F = (1+i)^n P$$

Indien de jaarlijkse rentevoet = i %, dan is de maandelijkse rentevoet [(1 + i) $^{1/12}$ – 1].

$$HW_{annuïteit}\,(A,n,i) = A\left(\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right) \qquad HW_{perpetuïteit}(A,i) = A\frac{1}{i}$$

$$NHW = \sum_{t=1}^{n}\frac{A_t}{(1+i)^t} - I_0 \qquad 0 = \sum_{t=1}^{n}\frac{A_t}{(1+IRR)^t} - I_0 \qquad PI = \frac{\sum_{t=1}^{n}\frac{A_t}{(1+IRR)^t}}{I_0}$$

Module 4. Kostprijscalculatie

<u>Toewijzing op basis van directe loonkosten</u>

Toeslag % = (indirecte kosten / directe lonen).100

<u>Toewijzing op basis van directe materiaalkosten</u>

Toeslag % = (indirecte kosten / directe materiaalkosten).100

<u>Toewijzing op basis van directe kosten</u>

Toeslag % = (indirecte kosten / (directe loonkosten + directe materiaalkosten)).100

<u>Afwijkingsanalyse (W = afwijking)</u>

K' = p'· q' (werkelijke kosten) K = p · q (geraamde kosten) W = K' – K = (p' – p) q' + p (q' – q)

<u>Prijsafwijking grondstof</u>

= werkelijke hoeveelheid · (werkelijke prijs – standaardprijs)

<u>Efficiëntieafwijking grondstof</u>

= standaardprijs · (werkelijke hoeveelheid – standaardhoeveelheid)

<u>Prijsafwijking arbeid</u>

= werkelijk aantal uren · (werkelijk uurloon – standaardloon)

<u>Efficiëntieafwijking arbeid</u>

= standaarduurloon · (werkelijk aantal uren – standaarduren)

<u>Bezettingsafwijking</u>

= (normale − werkelijke productie) . (totale vaste kosten / normale productie)

Formularium ‘Ingenieur en Economie’

Module 5. Algemene Boekhouding en Financiële Analyse

Cashflow

= nettowinst (winst + financiële kosten) + afschrijvingen

Brutowinstmarge

= (omzet - kosten van verkochte goederen) / omzet

Werkkapitaal

= vorderingen op korte termijn + cash + voorraden – schulden op korte termijn

Toegevoegde waarde

= bedrijfsopbrengsten – intermediair verbruik

Liquiditeitsratio *(current ratio)*

= vlottende activa (vorderingen op korte termijn + cash + voorraden) / vreemd vermogen op korte termijn

Solvabiliteitsratio *(debt ratio)*

= eigen vermogen / vreemd vermogen *(langlopende schulden + achtergestelde leningen)*

Schuldenratio

= vreemd vermogen / totaal vermogen

Voorraadrotatie

= omzet (aan kostprijs) / gemiddelde voorraad (per jaarperiode)

Klantenrotatie

= omzet (aan verkoopprijs) / gemiddeld klantenkrediet

Leveranciersrotatie

= aankopen / gemiddeld leverancierskrediet

Rendement op het totale vermogen (RTV)

= (winst + rente + belasting) / totaal vermogen

Rendement op het eigen vermogen (REV)

= nettowinst / eigen vermogen

Rendement op de investeringen (ROI)

= nettowinst / totale vermogen

Autofinanciering

= cashflow – dividenden

Winst per aandeel (WPA of EPS)

= jaarresultaat / aantal aandelen in de onderneming

Koers-winst ratio

= marktprijs per aandeel / winst per aandeel

Formularium

Module 3: Investering

Inflatie formule p. 23

$$K = k(1+i)^n$$

met K de toekomstige waarde, k de huidige waarde, i het inflatiepercentage en n de hoeveelheid periodes.

Formule toekomstige waarde p. 27

$$P = F/(1+i)^n$$

met P de huidige waarde, F de toekomstige waarde, i de rentevoet, en n de hoeveelheid periodes.

Formule actualisatie p. 28

$$P = \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A_n}{(1+i)^n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_n}{(1+i)^k}$$

met P de huidige waarde, A_n de cashflow in periode n, i de rentevoet, en n de hoeveelheid periodes.

Formule annuïteit p. 28

$$P = A \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^k} = A\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) = A \times a_n$$

met P de huidige waarde, A de annuïteit (termijnbetaling), i de rentevoet, a_n de annuïteitsfactor, en n de hoeveelheid periodes.

Formule Huidige Waarde (HW) p. 30

$$HW = \sum_{k=0}^{n} \frac{R_k - E_k}{(1+i)^k} = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k}$$

met HW de huidige waarde, R_k de inkomsten in periode k, E_k de uitgaven in periode k, i de discontovoet, CF_k de cashflow in periode k, en n de hoeveelheid periodes.

Formule Netto Huidige Waarde (NHW) p. 30

$$NHW = HW - I_0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k} - I_0$$

met NHW de netto huidige waarde, HW de huidige waarde, I_0 de initiële investering, CF_k de cashflow in periode k, i de discontovoet, en n de hoeveelheid periodes.

Formule Profitability Index (PI) p. 30

$$PI_2 = \frac{NHW}{I_0} => PI_1 = \frac{HW}{I_0} => PI_2 = PI_1 - 1$$

met PI de profitability index, NHW de netto huidige waarde, HW de huidige waarde, I_0 de initiële investering.

Formule Internal Rate of Return (IRR) p. 30

$$0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+IRR)^k} - I_0$$

met IRR de internal rate of return, CF_k de cashflow in periode k, I_0 de initiële investering, en n de hoeveelheid periodes.

Module 4: Kostprijs calculatie

Afwijkingsanalyse p. 41

$$W = afwijking = K' - K = (p' - p) * q' + (q' - q) * p'$$

Met W = afwijking in euro's K' = werkelijke kostprijs K = geplande kostprijs p' = werkelijke prijs p = geplande prijs q' = werkelijke hoeveelheid q = geplande hoeveelheid

Module 5: Analyse van een jaarrekening

liquiditeit current ratio p. 50

$$\frac{Kortetermijnactiva + Cash, voorrade}{Kortetermijnschulden}$$

Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen.

liquiditeit acid test p. 50

$$\frac{Kortetermijnactiva + Cash}{Kortetermijnschulden}$$

Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen zonder voorraden te verkopen.

Netto werkkapitaal p. 50

$$Nettowerkkapitaal = Vlottendeactiva - Kortlopendeschulden$$

Het netto werkkapitaal geeft aan hoeveel liquide middelen een bedrijf heeft om zijn dagelijkse activiteiten te financieren. Een positief netto werkkapitaal betekent dat het bedrijf voldoende middelen heeft om aan zijn kortlopende verplichtingen te voldoen, terwijl een negatief netto werkkapitaal kan wijzen op mogelijke liquiditeitsproblemen.

Voorraadrotatie p. 51

$$Voorraadrotatieindagen = \frac{Gemiddeldeinventaris}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$$

Hoe sneller je voorraden roteren hoe beter. Je hebt minder opslagkosten.

Klantenrotatie p. 51

$$Klantenrotatieindagen = \frac{handelsvorderingen}{Omzet} \cdot 365$$

Hoe sneller je klanten betalen hoe beter. Je krijgt sneller je cash binnen die je terug kunt gebruiken

Leveranciersrotatie p. 51

$$Leveranciersrotatieindagen = \frac{Handelsschulden}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$$

Hoe langer je kunt wachten met betalen hoe beter. Je houdt langer je cash.

Interstdekkingsratio p. 52

$$interestdekkingsratio = \frac{Operationeelresultaat}{interestkosten}$$

Operationeel resultaat is de winst voor interest en belastingen (EBIT). Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn rentelasten kan betalen met zijn operationele winst. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Een ratio lager dan 1 (dit betekend dat je winst lager is dan de intrest op je schulden) is niet altijd slecht omdat afschrijvingen en niet-kaskosten de winst kunnen verlagen.

Operationele kassstroom versus schuld p. 52

$$Operationelekassstroomversusschuld = \frac{Operationeleresultaat}{Totaleschuld}$$

Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn totale schulden kan aflossen met zijn operationele kasstroom. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Deze is meestal lager dan 1 omdat schulden vaak groter zijn dan de jaarlijkse kasstroom. Een heel lage ratio kan wijzen op mogelijke problemen bij het aflossen van schulden.

Schuldratio p. 52

$$Schuldratio = \frac{Totaleschuld}{Totaleactiva} = \frac{Totaleschuld}{Totaleschuld + Eigenvermogen}$$

Deze ratio meet het aandeel van vreemd vermogen in de totale financiering van een bedrijf. Hoe lager hoe beter omdat het bedrijf dan minder afhankelijk is van schulden. Grotere waarden zijn een groter risico.

Schuld/eigenvermogen ratio p. 52

$$Schuld/eigenvermogenratio = \frac{Schuld}{Eigenvermogen}$$

Gearing ratio p. 53

$$Gearingratio = \frac{TotaleSchuld - Liquidemiddelen(Cash)}{Eigenvermogen}$$

Hoeveel van de finaniele activeiten worden gefinancierd met schulden. Hoe hoger hoe meer risico.

Bruto winstmarge p. 53

$$Brutowinstmarge = \frac{Bedrijfsresultaat(geenkaskosten)}{Operationelekosten}$$

Het bedrijfsresultaat is je winst uit operaties. Niet uit financiele opbrengensten. Belegginen, afschrijven tellen niet mee. De operationele kosten is gewoon de omzet. Hoe hoger hoe meer winst uit de kernoperaties komt.

Nettowinstmarge p. 53

$$Nettowinstmarge = \frac{Resulaatvanhetboekjaar = Winst}{Omzet}$$

Het resultaat van het boekjaar zijn alle opbrengsten. Hier heb je wel de afschrijvingen, belegginen wel in rekening genomen. Het is daarom minder interessant.

Rentabiliteit van het eigenvermogen p. 53

$$Rentabiliteitvanheteigenvermogen = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Eigenvermogen}$$

Het heeft het rendement van een investering weer. Hoe presteren je investeringen? Hoeveel % van mijn investering krijg ik extra terug.

Rentabiliteit van de activa p. 53

$$Rentabiliteitvandeactiva = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Totaalactiva}$$

Dit is net zoals de ratio hierboven maar nu met de activa. Dus hoeveel winst maak ik afhankelijk van de machines, gebouwen etc. Die ik bezit. Hoe hoger hoe beter

Winst per aandeel p. 53

$$Winstperaandeel = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Gemiddeldaantaluitstaandeaandelen}$$

Hoeveel winst krijg ik uit mijn aandelen. Dit is belangrijk voor investeerders.

Koers-winstratio p. 54

$$Koers - winstratio = \frac{Marktprijsperaandeel}{Winstperaandeel}$$

Dit is hoe de markt mijn aandelen waardeert. Een hoge ratio betekent dat beleggers verwachten dat het bedrijf in de toekomst zal groeien. Een lage ratio kan wijzen op een ondergewaardeerd aandeel of zorgen over de toekomst van het bedrijf.

0.1 Introductie

Het vak Ingenieur en Economie gaat over marketing, investeringen, kostenanalyse, prijsbepaling, inflatie en lineair programmeren. Deze samenvatting bevat de belangrijkste theorie en oefeningen per module.

1 Module 1: Marketing

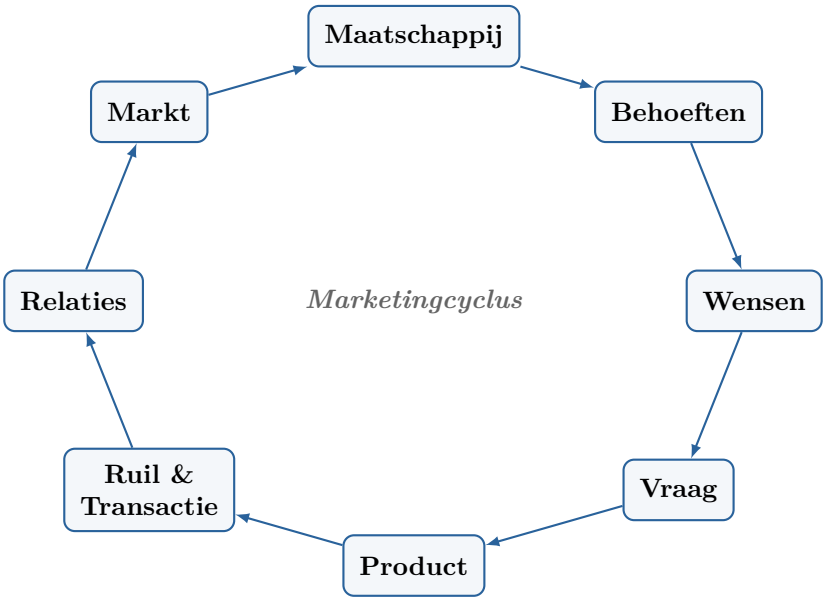
1.1 Marketing

Een markt wordt gedefineerd met de 4 P's met nog 2 extra P's die de maatschappij tonen

- Product: Wat wordt er verkocht?
- Prijs: Welke prijs wordt er gevraagd?
- Plaats: Waar wordt het product verkocht?
- Promotie: Hoe wordt het product gepromoot?
- Maatschappij (People, Positionering): Wie zijn de klanten en hoe wordt het product gepositioneerd in de markt?

De marketingcyclus toont hoe de maatschappij een markt creëren en hoe de markt terug invloed heeft op de maatschappij.

1. **Behoeften, Wensen en Vraag**: Het vertrekpunt is de **maatschappij**, die bestaat uit mensen met fundamentele behoeften (fysiek, sociaal, individueel). Wanneer deze behoeften gevormd worden door cultuur en persoonlijkheid, spreken we van **wensen**. Als deze wensen gesteund worden door **koopkracht**, ontstaat er een concrete **vraag**.
2. **Producten**: Om aan deze vraag te voldoen, bieden bedrijven **producten** aan. Dit begrip is breed en omvat fysieke goederen, diensten, ervaringen, personen, plaatsen, organisaties en ideeën.
3. **Waarde, Tevredenheid en Kwaliteit**: Als de producten de wens vervullen zijn de behoeftes bevredigd. Dit creert een **waarde** voor de klant, wat leidt tot **tevredenheid**. De tevredenheid kun je peilen met een tevredensheidanalyse.
4. **kwaliteit**: De kwaliteit is de mate waarin een product voldoet aan de verwachtingen van de klant.
5. **Ruil, Transactie en Relaties**: Een **ruil** is de kern van marketing: het verkrijgen van een gewenst object door iets terug te geven (meestal geld). Een **transactie** is een ruil met meetbare waarden. Succesvolle transacties bouwen langdurige **relaties** op met klanten.
6. **Markt**: De verzameling van alle werkelijke en potentiële kopers van een product vormt de **markt**. Deze markt beïnvloedt op zijn beurt weer de maatschappij, waardoor de cyclus rond is.



Figuur 1: Schematische weergave van de marketingcyclus

EXAMENTIP: *Deze cyclus kan exact gevraagd worden op het examen. Ken de stappen goed!*

1.2 Marktmanagement

Hoe ga je nu je product op de markt brengen? Marketingmanagement is het proces van het plannen, organiseren, implementeren en controleren van marketingactiviteiten en -strategieën om organisatiedoelen te bereiken en klantbehoeften te bevredigen. Concreet komt het neer op het strategisch sturen van de vraag naar producten of diensten (door middel van marketingactiviteiten de behoefte van de klant beïnvloeden) met als doel winstgevende klantrelaties op te bouwen en te behouden.

Je moet kijken naar de de vraag (hoeveel mensen willen het product kopen) en het aanbod (hoeveel producten zijn er beschikbaar).

Je wilt relaties opbouwen met de klanten (nieuwe klanten) en bestaande klanten behouden. Zodat je de maximale waarde uit elke klant haalt (Customer Lifetime Value).

Flexibel blijven in veranderingen in de markt.

1.2.1 Marktmanagement concepten

Er zijn 5 verschillende concepten die je moet kennen!

1. Productieconcept

Uitgangspunt: Consumenten geven de voorkeur aan producten die beschikbaar en goedkoop zijn.
Focus: Hoge productie-efficiëntie en brede distributie.

Wanneer: Als de vraag groter is dan het aanbod of de productiekost omlaag moet.
Gevaar: Marketing myopia: te veel focus op het proces, te weinig op wat de klant echt nodig heeft.
Voorbeeld: Ford Model T ("Elke kleur, zolang het maar zwart is"), goedkope elektronica.

2. Productconcept

Uitgangspunt: Consumenten willen de beste kwaliteit, prestaties en innovatie.
Focus: Continue productverbetering en technische perfectie.
Wanneer: In markten waar klanten kwaliteit belangrijker vinden dan prijs.
Gevaar: De klant zoekt een oplossing (gat in de muur), geen specifiek product (de boormachine zelf).
Voorbeeld: Apple (design/kwaliteit), high-end audioapparatuur.

3. Verkoopconcept

Uitgangspunt: Consumenten kopen niet genoeg tenzij het bedrijf ze actief overhaalt.
Focus: Grootschalige verkoop- en promotie-inspanningen (Inside-Out).
Wanneer: Bij overcapaciteit of ünsought goods"(waar mensen niet uit zichzelf aan denken).
Gevaar: Focus op transacties in plaats van langdurige klantrelaties; ontevreden klanten na de koop.
Voorbeeld: Verzekeringen, bloeddonatie, agressieve telemarketing.

4. Marketingconcept

Uitgangspunt: Doelen bereiken door de behoeften van de doelgroep beter te vervullen dan de concurrent.
Focus: De klant centraal stellen (Outside-In) en waarde creëren.
Wanneer: In competitieve markten waar de klant keuze heeft (kopersmarkt).
Gevaar: Te veel focus op kleine klantwensen kan innovatie op lange termijn remmen.
Voorbeeld: Coolblue, Amazon, Ikea.

5. Maatschappelijk Marketingconcept

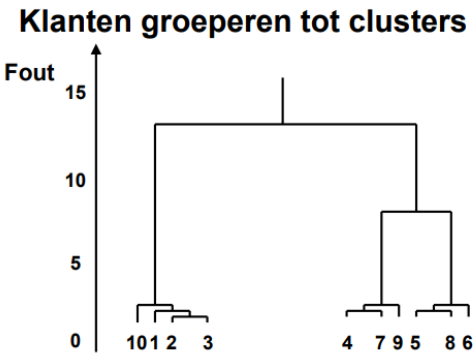
Uitgangspunt: Marketing moet rekening houden met consumentenbehoeften én het welzijn van de samenleving.
Focus: Balans tussen bedrijfswinst, klantwensen en maatschappelijk belang.
Wanneer: Bij groeiend bewustzijn over duurzaamheid, ethiek en gezondheid.
Gevaar: Hogere kosten op korte termijn en complexere besluitvorming.
Voorbeeld: Patagonia, The Body Shop, Fairphone.

EXAMENTIP: *Zorg dat je al deze concepten goed kent en weet wanneer ze toegepast worden en de voor- en nadelen van elk concept.*

1.3 Segmentatie

Je kunt natuurlijk niet iedereen aanspreken met je product. Daarom ga je je markt opdelen in segmenten. Je kunt groepen opspliten op basis van:

- Geografisch: Land, regio, stad
- Demografisch: Leeftijd, geslacht, inkomen, opleiding
- Psychografisch: Levensstijl, persoonlijkheid, waarden
- Gedragsmatig: Koopgedrag, merkentrouw, gebruiksfrequentie



Figuur 2

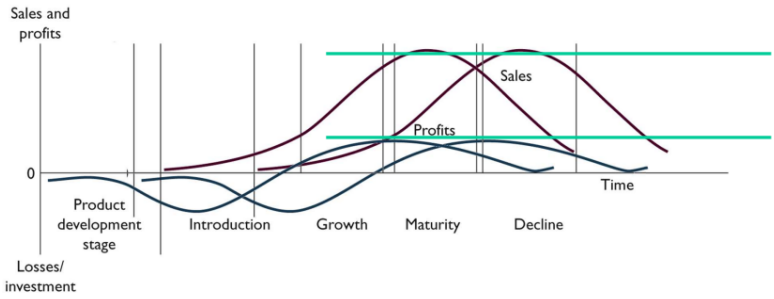
Je krijgt dan clusters zoals in figuur 2. Waarnaar je heel gericht kan adverteren.

1.4 Product Life Cycle

EXAMENTIP: *Je moet alle fases kennen en de cyclus kunnen tekenen. De verkoop en de winst.*

Alle fases zijn:

1. Product development: R&D, geen verkoop, hoge kosten.
2. Introductie: Lage verkoop, hoge kosten, geen winst
3. Groei: Snelle verkoopstijging, dalende kosten, winst begint te komen
4. Volwassenheid: Verkoop piekt, kosten laag, winst hoog maar begint te dalen
5. Neergang: Verkoop daalt, kosten stijgen, winst daalt



Figuur 3

In de figuur zie je ook dat er overlappende PLC's zijn. Je gaat je nieuw product lanceren op het einde van de volwassenheidsfase van je vorige product. Je krijgt dan een positieve winslijn.

Een **Foot-hill effect** Pioneers gaan in het begin tijdens de introductiefase veel kopen omdat ze het nieuwste van het nieuwste willen hebben. Je ziet dan een piek in de verkoop tijdens de

introductiefase. Dit geeft je een vals gevoel van groei omdat deze piek niet blijft duren.

PLC overzicht

	Introductiefase	Groeifase	Volwassenheidsfase	Neergangsfase
Karakteristieken				
Afzet	Lage afzet	Snel stijgende afzet	Topafzet	Dalende afzet
Kosten	Hoge kosten per klant	Matige kosten per klant	Lage kosten per klant	Lage kosten per klant
Winsten	Negatief	Stijgende winst	Hoge winst	Dalende winst
Klanten	Pioniers	Early adopters	Meerderheid	Nakomers
Concurrenten	Weinig	Groeiend aantal	Stabiel aantal, begint terug te lopen	Afnemend aantal
Marketingdoelstellingen	Product creëren en uitproberen, aanmoedigen van de verkoop	Marktaandeel maximaliseren	Winst maximaliseren	Kosten terugdringen en merk of product 'uitmelken'
Strategieën				
Product	Een elementair product aanbieden	Productuitbreidingen, dienstverlening, extra garantie	Diversifiëren	Afbouwen
Prijs	Hoge prijs	Prijs afbouwen om marktpenetratie te bevorderen	Prijs afbouwen op basis van de concurrentie	Prijs snoeien
Plaats (distributie)	Selectieve distributie	Intensieve distributie	Intensieve distributie	Distributie afbouwen
Promotie (reclame)	Productbesef opbouwen	Belangstelling opbouwen	Benefits benadrukken	Handhaven nodige niveau

Figuur 4: Tabel met kenmerken van elke PLC fase

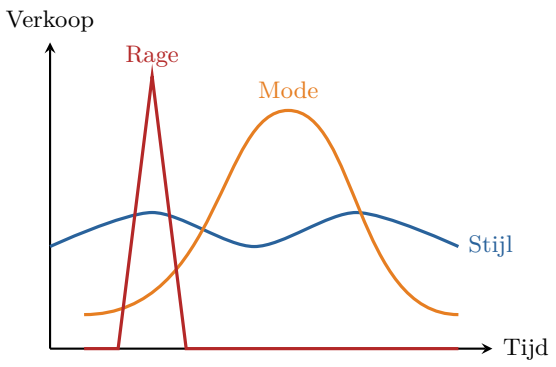
Een PLC curve is niet altijd constant en is afhankelijk van de markt en het product. Bijv. Stijl, Mode, Rage

Varianten op de Levenscyclus

Stijl Een basis- en onderscheidende wijze van expressie. Gaat generaties mee en golft op en neer in populariteit (bv. formele kleding, koloniale huizen).

Mode Een momenteel geaccepteerde of populaire stijl. Groeit langzaam, blijft een tijd populair en daalt dan langzaam (bv. business casual).

Rage (Fad) Een tijdelijke periode van ongewoon hoge verkoop gedreven door direct consumentenenthousiasme. Stijgt extreem snel, piekt kort, en stort in (bv. Fidget Spinner).



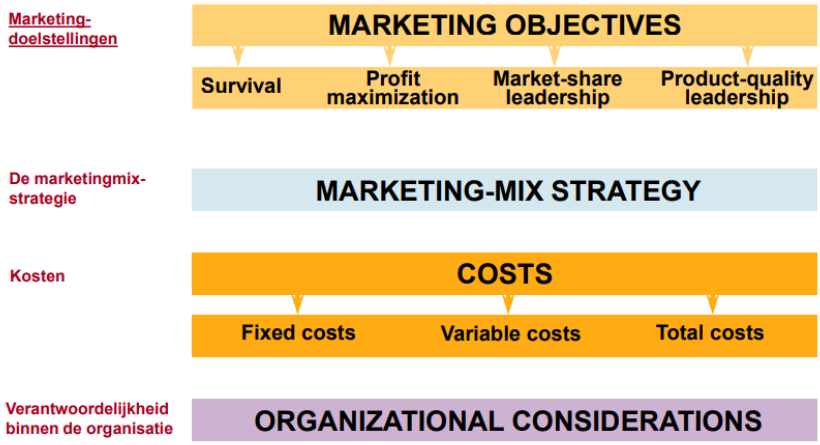
Figuur 5: Visueel verloop van PLC varianten

1.5 Prijszetting

Hoe ga je de prijs van je product bepalen? Je hebt interne en externe factoren die de prijszetting beïnvloeden. Interne factoren zijn factoren binnen het bedrijf zelf *(bijv. kosten, marketingdoelstellingen, marketingmix strategie, organisatieverantwoordelijkheid)*, terwijl externe factoren buiten het bedrijf liggen *(bijv. concurrentie, markttrends, economische omstandigheden, omgeving)*.

1.5.1 Interne factoren

De prijszetting wordt beïnvloed door vier belangrijke interne factoren:



Figuur 6: Interne factoren die de prijszetting beïnvloeden

Marketingdoelstellingen Voordat de prijs wordt bepaald, moet het bedrijf zijn strategie kiezen:

- **Overleven:** Bij overcapaciteit of hevige concurrentie; lage prijzen om de productie draaiende te houden.
- **Winstmaximalisatie:** Prijzen zo kiezen dat de huidige winst maximaal is (korte termijn focus).
- **Marktaandeel leiderschap:** Zo laag mogelijke prijzen om snel een groot marktaandeel te veroveren.
- **Kwaliteitsleiderschap:** Hoge prijzen om R&D en hoge kwaliteit te dekken.

Marketingmix strategie De prijs moet overeenkomsten met de andere P's van de marketingmix:

- **Plaats:** *bijv. Exclusieve distributie vereist vaak hogere prijzen.*
- **Promotie:** *bijv. Intensieve promotiecampagnes kunnen hogere prijzen rechtvaardigen.*
- **Product:** *bijv. Premium producten kunnen hogere prijzen vragen dan basisproducten.*

Kosten De kosten bepalen de **bodemprijs** (vloer). Het bedrijf moet een prijs vragen die de vaste en variabele kosten dekt en een eerlijk rendement oplevert.

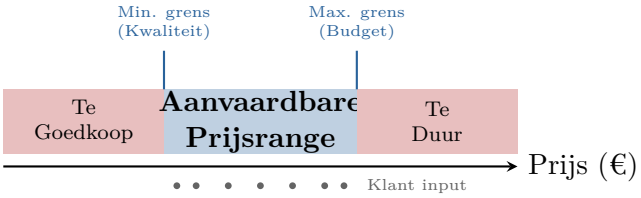
- **Vaste kosten:** Kosten die niet variëren met productie (huur, rente, salarissen).
- **Variabele kosten:** Kosten die direct variëren met het productieniveau.
- **Totale kosten:** $\rightarrow TCK = VK + VARK$

Verantwoordelijkheid binnen de organisatie Wie bepaalt de prijs binnen het bedrijf? *Management, verkoopteam, marketingafdeling, financieel team.*

Om de prijs te meten kun je een prijsvork gebruiken.

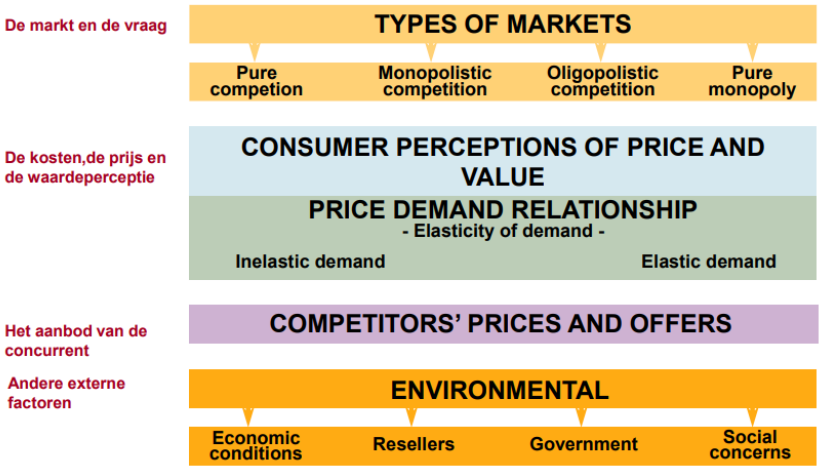
De Prijsvork: Klantperceptie
De prijsvork wordt bepaald door de perceptie van de klant. Er is een range van aanvaardbare prijzen:

- **Te laag:** De klant vertrouwt de kwaliteit niet.
- **Te hoog:** De klant vindt het product het geld niet waard.
- **Acceptabel:** De zone hiertussen waar de aankoopwaarschijnlijkheid het grootst is.



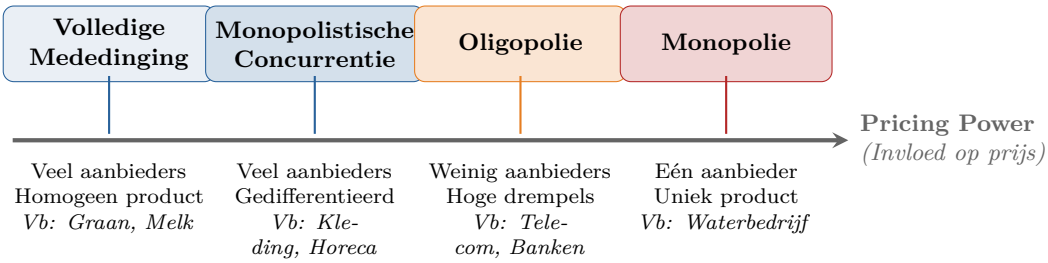
1.5.2 Externe factoren

Externe factoren zijn factoren die niet door het bedrijf zelf kunnen worden beïnvloed, maar die wel een grote impact hebben op de prijszetting.



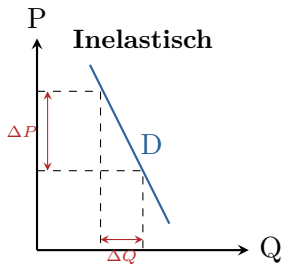
Figuur 7: Externe factoren die de prijszetting beïnvloeden

De Markt en Concurrentie In welke markt opereer je? De vrijheid om je prijs te zetten (pricing power) hangt sterk af van de concurrentievorm. In een zeer competitieve markt bepaalt de markt de prijs, terwijl je in een monopolie zelf de prijs kunt zetten.

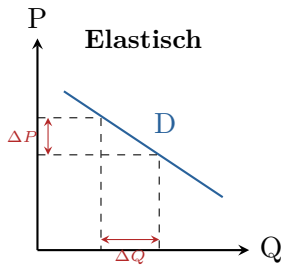


Figuur 8: Het spectrum van marktconcurrentie: van prijsnemer naar prijszetter

Consumentenperceptie van waarde Uiteindelijk bepaalt de consument of de prijs gerechtvaardigd is. Een belangrijk concept hierbij is de **prijselasticiteit**: hoe sterk reageert de vraag op een prijsverandering? met $\%\Delta Q$ de verandering in hoeveelheid vraag en $\%\Delta P$ de verandering in prijs.



Steile curve: $\Delta P > \Delta Q$



Vlakke curve: $\Delta P < \Delta Q$

Figuur 9: Prijselasticiteit van de vraag

Competitie binnne je markt Wat zijn de prijzen van je concurrenten en hun offering?

Omgevingsfactoren Verschillende externe omgevingsfactoren kunnen de prijszetting beïnvloeden:

Economische omstandigheden: Inflatie, recessie, koopkracht.

Sociale en culturele factoren: Trends, normen, waarden.

Wet- en regelgeving: Prijscontroles, belastingen, handelsbeperkingen.

Herverkopers en distributiekanalen: zoals groothandels en winkels vb bol.com of amazon.

EXAMENTIP: *Leg niet teveel druk om deze exacte factoren te onthouden. Begrijp wel hoe interne en externe factoren de prijszetting beïnvloeden.*

1.5.3 Alles tesamen

Als al deze factoren zijn overwogen, kan het bedrijf een prijsstrategie ontwikkelen die past bij zijn marketingdoelstellingen en de marktomstandigheden.

Een bedrijf neemt dan een stratege aan afhankelijk van de prijs en kwaliteit van het product:

- **Hoge prijs, hoge kwaliteit:** Premium stratege
- **Hoge prijs, lage kwaliteit:** Overgeprijsd
- **Lage prijs, hoge kwaliteit:** Good value stratege
- **Lage prijs, lage kwaliteit:** Economie stratege

1.6 Prijszettingsmethodes

1.6.1 Nieuwe producten

Afroomstrategie: Je zet een hoge prijs in het begin en verlaagt die dan geleidelijk. Dit werkt goed als je al een gevestigde reputatie hebt en je product uniek is. Early adopters zijn bereid meer te betalen voor het nieuwste product.

Penetratiestrategie: Je zet een lage prijs om snel marktaandeel te veroveren. Daarna verhoog je de prijs. Dit werkt goed in een competitieve markt.

1.6.2 Assortiment producten

Dit zijn producten in groep of deals die je aanbiedt.

- **Productlijn-prijszetting:** Je zet prijs stappen tussen verschillende producten in een lijn. *laptops, smartphones.*
- **Optie-prijszetting:** Accesoires of extra's worden apart geprijsd. *auto's met extra opties.*
- **Captive-prijszetting:** Je verkoopt een basisproduct tegen een lage prijs, maar de bijbehorende verbruiksartikelen zijn duur *Scheermesjes en cartridges.*
- **By-product-prijszetting:** Je verkoopt bijproducten om de kosten van het hoofdproduct te compenseren. *vlees en leer.*
- **Productbundel-prijszetting:** Je verkoopt meerdere producten samen tegen een lagere prijs

1.7 Prijsaanpasstrategieën

Prijzen zijn natuurlijk niet altijd hetzelfde. Er zijn kortingen, deals, seizoensprijzen etc. Of prijzen wordt aangepast om het als een betere deal te laten lijken (€9,99 in plaats van €10).

- **Korting en bonussen:** Prijsverlagingen voor vroege betalingen, grote bestellingen of seizoensgebonden aankopen.
- **Segmentatie-prijszetting:** Verschillende prijzen voor verschillende klantsegmenten *(studenten, senioren).*
- **Psychologische prijszetting:** Prijzen die psychologisch aantrekkelijk zijn *(bijv. €9,99 in plaats van €10).*
- **Promotionele prijszetting:** Tijdelijke prijsverlagingen om de verkoop te stimuleren *(kortingen, coupons).*
- **Geografische prijszetting:** Prijzen variëren op basis van locatie *(exportprijzen, lokale marktomstandigheden).*
- **Internationaal prijszetting:** Prijzen worden aangepast voor verschillende landen op basis van economische omstandigheden, concurrentie, invoertarieven...

2 Module 2: Lineair Programmeren

Lineair programmeren (LP) is een wiskundige methode om de beste uitkomst (zoals maximale winst of laagste kosten) te bepalen wanneer je lineaire relaties hebt.

Hieronder een voorbeeld waarbij je twee producten maakt met verschillende winstbijdragen maar je bent beperkt in grondstoffen en tijd.

Als je moet bepalen hoe je het meeste winst maakt afhankelijk van verschillende producten en beperkingen, dan gebruik je lineair programmeren. De grafische methode werkt goed voor 2 variabelen; voor meer variabelen gebruik je de Simplex-methode.

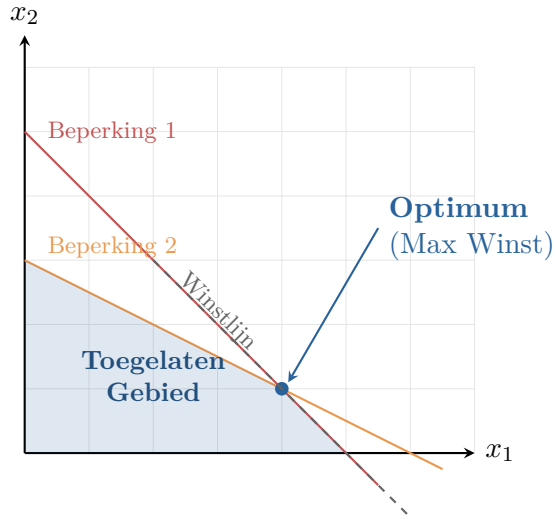
Kernbegrippen van LP

Doelfunctie: Wat wil je optimaliseren of maximaliseren? (bijv. winst, kosten)

$$\text{Maximize } Max_Z = c_1x_1 + c_2x_2$$

Beperkingen: De limieten waarbinnen je moet werken (tijd, budget, grondstoffen). Deze vormen lijnen in de grafiek.

$$\text{Beperking kost1} : a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$



Figuur 10: Grafische oplossing van een LP-probleem

2.1 Simplex Methode

1. **Standaardvorm:** Zet alle ongelijkheden ($\leq$) om in vergelijkingen ($=$) door Slack Variabelen (s) toe te voegen. Slack vangt het ongebruikte deel van een middel op.
2. **Start:** Begin in de oorsprong (alles 0).
3. **Iteratie (Pivoteren):**
   (a) Kies de binnenkomende variabele (Entering Variable): Kijk naar de doelfunctie-rij. Welke variabele heeft de meest negatieve coëfficiënt? Die levert de meeste winststijging op.
   (b) Kies de uitgaande variabele (Leaving Variable): Doe de Minimum Ratio Test (Rechterzijde / Binnenkomende kolom). De kleinste positieve ratio wint. Dit is de beperking die je als eerste raakt (de flessenhals).
   (c) Update: Reken de tabel om zodat de nieuwe variabele in de basis komt en de oude eruit gaat.
4. **Stop:** Als er geen negatieve getallen meer in de doelfunctie-rij staan, heb je het optimum bereikt

2.2 Simplex Methode: Voorbeeld

Stel we produceren twee producten (x_1 en x_2). Elk product vereist een bepaalde tijd voor assemblage en elektronica. We willen de winst (P) maximaliseren.

Gegevens:

- **Doelfunctie:** Max $P = 7x_1 + 5x_2$
- **Beperkingen:**
  - Assemblage tijd: $4x_1 + 3x_2 \leq 240$
  - Elektronica tijd: $2x_1 + 1x_2 \leq 100$

Stap 1: Slack Variabelen toevoegen
Om de ongelijkheden ($\leq$) op te lossen met een matrix, moeten we ze omzetten naar vergelijkingen (=). Hiervoor introduceren we **slack variabelen** (S_1 en S_2).

- S_1: De ongebruikte tijd in de assemblage-afdeling. Als $S_1 > 0$, hebben we tijd over.
- S_2: De ongebruikte tijd in de elektronica-afdeling.

De vergelijkingen worden dan:

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 + 1S_1 + 0S_2 &= 240 \\ 2x_1 + 1x_2 + 0S_1 + 1S_2 &= 100 \\ P - 7x_1 - 5x_2 - 0S_1 - 0S_2 &= 0 \end{aligned}$$

Stap 2: Initiële Simplex Tabel
We zetten dit in een matrix. De onderste rij is de doelfunctie.

Tabel 1: Initiële Simplex Tableau

Basis	**P**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{S_1}$	$\mathbf{S_2}$	**Oplossing**
S_1	0	**4**	3	1	0	240
S_2	0	2	1	0	1	100
P	1	-7	-5	0	0	0

Stap 3: Oplossen (Rij-operaties)
We voeren rij-operaties (vegen) uit totdat er geen negatieve getallen meer staan in de onderste rij.

1. **Pivot Kolom:** Meest negatieve waarde in rij P is -7 (dus variabele x_1 moet de basis in).
2. **Pivot Rij:** We delen de oplossing door de pivot-kolom: $240/4 = 60$ en $100/2 = 50$. De kleinste waarde is 50, dus rij S_2 is de pivot rij.
3. **Vegen:** We maken van de pivot (positie S_2, x_1) een 1 en zorgen dat de andere waarden in die kolom 0 worden.

Na het uitvoeren van alle iteraties krijgen we de eindtabel:

Tabel 2: Simplex Tableau: Oplossing

Basis	**P**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{S_1}$	$\mathbf{S_2}$	**Oplossing**
x_2	0	0	1	1	-2	40
x_1	0	1	0	-0.5	1.5	30
P	1	0	0	1.5	0.5	**410**

Conclusie en Interpretatie:
In de kolom "Oplossing"lezen we de optimale waarden af voor de **basisvariabelen** (x_1, x_2, P). Variabelen die **niet** in de kolom 'Basis' staan (hier S_1 en S_2), zijn **niet-basisvariabelen** en hebben per definitie de waarde **0**.

- $\mathbf{x_1 = 30}$: We produceren 30 eenheden van product 1.
- $\mathbf{x_2 = 40}$: We produceren 40 eenheden van product 2.
- $\mathbf{P = 410}$: De maximale winst is 410.
- $S_1 = 0$ en $S_2 = 0$: Dit betekent dat er geen ongebruikte tijd is.
  - Assemblage: $4(30) + 3(40) = 120 + 120 = 240$ uur gebruikt (van de 240).
  - Elektronica: $2(30) + 1(40) = 60 + 40 = 100$ uur gebruikt (van de 100).

  Beide afdelingen draaien dus op volle capaciteit (bottlenecks).

2.3 Sensitiviteitsanalyse

In de praktijk veranderen dingen. De winstmarges kunnen stijgen of dalen. Je krijgt meer of minder materiaal. Wat gebeurt er met je optimale plan? Moet je alles opnieuw berekenen?

Sensitiviteitsanalyse geeft antwoord: **Hoeveel mag iets veranderen voordat je plan niet meer werkt?**

2.3.1 A. Wat als de winst per product verandert?

Doelfunctie-coëfficiënten

De coëfficiënten in de doelfunctie zijn de winstbedragen per product (bijv. €7 per product A, €5 per product B).

Stel je wint nu €7 op product A. Maar morgen stijgt de vraag en kun je €8 vragen.

Wat gebeurt er? De winstlijn kantelt. Je gaat meer product A maken.

Hoeveel mag veranderen? Tot ongeveer een bepaald punt. Als je €9 per product A kunt vragen, is het misschien niet meer winstgevend om product B te maken. Dan maak je enkel product A.

- **Binnen de grens:** Je houdt dezelfde producten. Alleen je totale winst stijgt of daalt.
- **Voorbij de grens:** Je switch naar een ander productie-plan. Je moet opnieuw denken over wat je maakt.

2.3.2 B. Wat als je meer of minder materiaal hebt?

Rechterzijde van beperkingen (RHS)

Beperkingen hebben getallen aan de rechterkant: "Assemblage $\leq$ 240 uur". Die 240 is de rechterzijde.

Stel je hebt 240 uur assemblagewerk. Nu krijg je een stagiair: plots heb je 270 uur.

Wat gebeurt er? Je kunt meer producten maken. Je winstgrens schuift omhoog. Maar misschien wordt elektronica nu de bottleneck in plaats van assemblage.

Hoeveel mag veranderen? Tot je een ander probleem tegenkomt. Als je van 240 naar 180 uur gaat, kan je misschien helemaal geen optimaal plan meer vinden.

- **Binnen de grens:** Hetzelfde plan werkt. Je maakt gewoon meer of minder stukken.
- **Voorbij de grens:** Een ander hulpmiddel (machine, tijd, grondstof) wordt nu het probleem. Je plan valt in duigen.

2.3.3 C. Hoeveel waard is één extra eenheid?

Schaduwprijs (Shadow Price)

Dit is: hoeveel extra winst je krijgt als je één eenheid extra krijgt van iets wat beperkt is.

Je hebt precies genoeg assemblagewerk (240 uur). Je bent dus volledig aan het werk.

Vraag: **Hoeveel zou het je waard zijn om 1 extra uur assemblage te hebben?**

Antwoord: Als je schaduwprijs €5 is, levert 1 extra uur €5 extra winst op.

Praktisch voorbeeld:

- Je schaduwprijs voor assemblage = €5 per uur.
- Een uur huren van iemand anders kost €3.
- **Doe het!** Je verdient €5 en betaalt €3. Netto €2 winst.
- Maar als huren €6 kost?
- **Niet doen!** Je verdient €5 maar betaalt €6. Je verliest €1.

Belangrijk: Schaduwprijzen werken alleen als je al volledig aan het werk bent (geen overschot). Als je nog grondstof over hebt, is de schaduwprijs €0 (meer ervan helpt niet).

Schaduwprijs: De waarde van één extra eenheid van iets wat beperkt is (hulpbron, grondstof, tijd).

Bereik: Binnen dit bereik blijft je schaduwprijs geldig.

Verandering: Als dingen veel veranderen, verandert je hele plan.

Oefening 1: Verandering in Winstmarges

Context: Een bedrijf maakt mountainbikes (x_1) en racefietsen (x_2). Huidig optimaal plan: 2 mountainbikes, 2 racers. Totale winst: \$50.
Vraag A: De marketingafdeling meldt dat door een promotie de winst op een Mountainbike (x_1) daalt van \$15 naar \$11.

- Blijft ons huidige productieplan (2 mountainbikes, 2 racers) optimaal?
- Wat is de nieuwe totale winst?

Gegeven uit sensitivity analyse:

- Huidige winst mountainbike: \$15
- Allowable Decrease: \$5

Oplossing:

1. **Bereken de verandering:** De daling is $15 - 11 = 4$
2. **Vergelijk met toegestane range:** Omdat de daling (4) kleiner is dan de toegestane daling (5), verandert de basis niet.
3. **Conclusie:** We produceren nog steeds dezelfde aantallen ($x_1 = 2, x_2 = 2$)

4. **Nieuwe Winst:**

$$\begin{aligned} Z_{\text{nieuw}} &= (11 \times 2) + (10 \times 2) \\ &= 22 + 20 = \$42 \end{aligned}$$

Alternatief: Oude winst (50) - daling (4×2 fietsen) = \$42

Vraag B: De winst op een Racefiets (x_2) stijgt plotseling naar \$20. Blijven we hetzelfde doen?
Gegeven:
- Huidige winst racefiets: \$10
- Allowable Increase: \$5

Oplossing:
1. **Bereken de verandering:** De stijging is $20 - 10 = 10$
2. **Vergelijk met toegestane range:** De stijging (10) is groter dan de toegestane stijging (5)
3. **Conclusie:** We vallen **buiten de range**. Het huidige productieplan is niet langer optimaal. We moeten het model opnieuw oplossen (waarschijnlijk wordt het interessanter om meer racefietsen te maken ten koste van mountainbikes).

Oefening 2: Verandering in Beperkingen (Shadow Prices)

Context: Zelfde bedrijf. De productie wordt beperkt door machinecapaciteit (Metal Finishing).
Gegeven uit sensitivity analyse:
- Shadow Price voor machinecapaciteit: \$10
- Allowable Increase: 1 uur

Vraag C: Je krijgt de kans om 1 uur extra machinecapaciteit te huren bij de buren. De buurman vraagt hiervoor \$8. Moet je dit doen?
Oplossing:
1. **Betekenis Shadow Price:** 1 extra uur levert ons \$10 extra winst op (zolang we binnen de range blijven)
2. **Check de range:** We voegen 1 uur toe. De Allowable Increase is 1. We zitten dus precies op de grens, maar het mag nog net.
3. **Berekening:**
   - Opbrengst van extra uur: \$10
   - Kosten van extra uur: \$8
   - Netto winst: $10 - 8 = \$2$
4. **Conclusie: Ja**, je moet dit doen. Het verhoogt de totale winst van het bedrijf met \$2.

Vraag D: Stel dat de buurman 3 uur extra capaciteit aanbiedt voor een totaalprijs van \$20 (dus \$6,66 per uur). Doen?
Oplossing:
1. **Kosten vs. Baten:** De prijs (\$6,66) is lager dan de schaduwprijs (\$10), dus het lijkt een goede deal.
2. **Check de range:** De Allowable Increase is echter maar 1 uur.

3. **Conclusie:** Een toename van 3 uur valt **buiten de range**. Hierdoor verandert de basisstructuur van onze oplossing (een andere beperking wordt de flessenhals). De schaduwprijs van $10 is niet meer geldig voor die laatste 2 uur.
   We kunnen **niet met zekerheid** zeggen of dit winstgevend is zonder het model opnieuw op te lossen.

Samenvatting Sensitiviteitsanalyse

Objective Coefficients (Winst):
- Zolang je binnen de "Allowable" grenzen blijft, verandert je productieaantal (x) niet
- Je totale winst (Z) verandert wel

Constraints (RHS - Beperkingen):
- De Shadow Price vertelt je wat 1 extra eenheid waard is
- Zolang je binnen de "Allowable" grenzen blijft, is deze prijs geldig
- Ga je erbuiten, dan verandert de basis en is de schaduwprijs niet meer bruikbaar

EXAMENTIP: *MAAK OEFENINGEN VAN DEZE MODULE.*

3 Module 3: Investering

Deze module stelt de vraag, Wat is een goede investering? Een investering is een uitgave nu met de verwachting van toekomstige opbrengsten. Dit kan gaan om geld of productiviteit zoals het kopen van machines of opleidingen voor personeel. **Cashflow of Kasstroom** is het geld dat binnenkomt en uitgaat over een bepaalde periode.

Maar waarom zou je investering nu doen in plaats van later? Je moet investeren omdat **inflatie** de waarde van geld vermindert over tijd.

3.1 Inflatie

Inflatie is de stijging van het algemene prijsniveau over tijd. De koopkracht van je geld neemt dus af. Dit leidt tot een lagere **NHW (Netto Huidige Waarde)** van toekomstige cashflows. Inflatie van 2% tot 3% is gezond omdat het een balans creert tussen sparen en uitgeven. Te hoge inflatie (hyperinflatie) kan leiden tot economische instabiliteit. terwijl deflatie (dalende prijzen) kan leiden tot stagnatie. Je gaat niet investeren als je verwacht dat prijzen blijven dalen.

Figuur 11: Effect van inflatie op koopkracht

Inflatie wordt berekent met de formule:

Inflatie formule:

$$K = k(1+i)^n$$

met K de toekomstige waarde, k de huidige waarde, i het inflatiepercentage en n de hoeveelheid periodes.

Voorbeeldoefening: Koopkracht over tijd

Stel dat je vandaag €1.000 op je spaarrekening hebt. De gemiddelde inflatie over de komende 5 jaar wordt geschat op 3% per jaar. Hoeveel moet dat bedrag over 5 jaar zijn om nog exact dezelfde hoeveelheid goederen te kunnen kopen?

Oplossing:

- **Gegeven:** $k = €1.000$, $i = 0,03$ (3%), $n = 5$ jaar.
- **Berekening:**

$$K = 1000 \times (1 + 0,03)^5$$

$$K = 1000 \times (1,03)^5 \approx 1000 \times 1,159$$

- **Resultaat:** $K = \mathbf{€1.159,27}$

Betekenis: Door de inflatie heb je over 5 jaar €1.159,27 nodig om hetzelfde te kunnen kopen als wat je vandaag voor €1.000 koopt. Je geld is dus minder waard geworden.

3.2 Basisgegevens investeringsevaluatie

Een paar belangrijke begrippen bij investeringsevaluatie:

Horizon De periode waarin je de investering bekijkt (bijv. 5 jaar).

- fysieke levensduur: Hoe lang gaat de investering mee?
- economische levensduur: Hoe lang levert de investering waarde op?
- Fiscale levensduur: Hoe lang mag je de investering afschrijven volgens de belastingdienst?
- Product levensduur: Hoe lang blijft het product relevant op de markt? zie module 1.

Uitgavepatroon Wanneer worden de kosten gemaakt?

Inkomstenpatroon Wanneer worden de opbrengsten gegenereerd?

3.3 Afschrijvingen

Een **afschrijving** is een manier om de kosten van een investering te verdelen over de meerdere periodes. Dit is belangrijk voor de belastingen. Je kunt namelijk belastingen vermijden door afschrijvingen te gebruiken.

Stel je hebt 6500 inkomsten. Je hebt 500 euro uitgaven. De brute cashflow is dan 6000 euro. Je gaat nu een investering doen. Een fiets van 5000 euro. Je hebt nog niets gekocht maar je gaat dit verdelen over 5 jaar. Elk jaar schrijf je dan 1000 euro af. De bruto cashflow is dan 6000 - 1000 = 5000 euro. De belastingen zijn 20% dus je betaald 1000 euro belasting. Je netto cashflow is dan 4000 euro. Je telt dan weer de afschrijving erbij omdat dit geen echte uitgave is. Je hebt

- **Kasstroom**

inkomsten	R_t
- uitgaven	E_t
bruto kasstroom	
- afschrijvingen	
belastbare winst	
- belasting (x%)	
winst na belasting	
+ afschrijvingen	
netto kasstroom = Cashflow	

Figuur 12: Uitgave- en inkomstenpatroon van een investering

dan een netto cashflow van 5000 euro.

Hoe dit eruit ziet. Je koopt een fiets uit je portomanee. Je hebt vorige periode gedaan maar dit was een investering voor de lange termijn. Een investering kun je afschrijven over meerdere periodes. Je gaat dan bij een afschrijving per periode een % aan de kant leggen in een andere pot maar dat geld is niet weg. Je hebt de fiets al betaald uit je portomanee. Dit is een afschrijving. Hiermee omzijl je de belastingen.

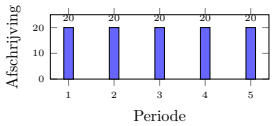
Een afschrijving mag niet altijd. Je mag niet zomaar 100% van je belastingen afschrijven. Je moet dus afhankelijk van je product een lengte en een methode van afschrijving kiezen.

De fiscus is de belastingdienst die belastingen heft. Zij bepalen dus hoe lang en op welke manier je mag afschrijven.

Je hebt verschillende manieren van afschrijven:

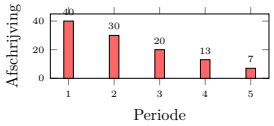
Lineaire afschrijving: Elk jaar hetzelfde bedrag zoals het voorbeeld hierboven.

- **Voordelen:** Wordt aanvaard door de fiscus en is eenvoudig te berekenen.
- **Nadelen:** Je schrijft altijd een vast bedrag af, ongeacht het gebruik of de waarde van het actief.



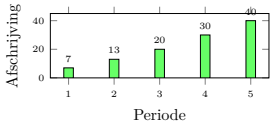
Degressieve afschrijving: Meer afschrijven in het begin en minder later.

- **Voordelen:** Je gaat meer afschrijven in het begin waardoor je minder belasting betaald.
- **Nadelen:** Soms niet aanvaard door de fiscus.



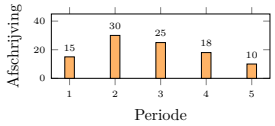
Vertraagde afschrijving: Minder afschrijven in het begin en meer later.

- **Voordelen:** De fiscus gaat dit altijd aanvaarden.
- **Nadelen:** Het is fiscaal niet interestand omdat je in het begin meer belasting betaald.



Reele waarde afschrijving: Hoe gaat afschrijven afhankelijk van het gebruik Hoeveel heb je een vrachtwagen gebruikt?

- **Voordelen:** Je schrijft af afhankelijk van het gebruik.
- **Nadelen:** Moeilijk te berekenen maar klopt met de realiteit.



In het begin meer afschrijven is fiscaal voordeliger omdat je dan minder belasting betaald maar de fiscus laat dit niet altijd toe.

EXAMENTIP: *Zorg dat je weet wat afschrijvingen zijn en de verschillende soorten afschrijvingen kent en de Voordelen en Nadelen ervan.*

3.4 Wat mag je nu afschrijven?

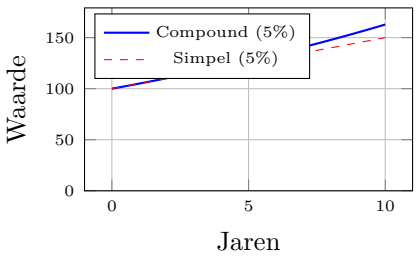
In de slides staat er een ijsberg met wat je mag afschrijven. Hoe dieper hoe langer het duurt om af te schrijven. Je mag dingen afschrijven als ze economisch nuttig zijn en tot de activa (dingen die in het bezit van het bedrijf behoren). Je mag bijvoorbeeld geen computer afschrijven als ze niet voor het bedrijf gebruikt wordt. Onderhoud, operationele kosten, aankoopkosten mag je allemaal afschrijven.

Figuur 13: Wat mag je afschrijven

3.5 Samengestelde interest, actualisatie, en annuïteiten

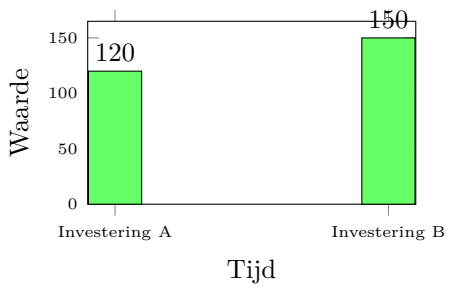
Compound interest:

Interest die wordt verdiend op zowel het oorspronkelijke bedrag als op de eerder verdiende interest. Je krijgt dus een "rente op renteëffect. Dit leidt tot exponentiële groei van investeringen over tijd.



Opportunity cost:

De potentiële opbrengst die je misloopt door te kiezen voor een bepaalde investering in plaats van de beste alternatieve investering. Deze is te berekenen met de formule van inflatie, maar dan met een positief rentepercentage.



Stel dat je vandaag €2.000 investeert in een spaarrekening met een samengestelde jaarlijkse rente van 4%. Hoeveel geld heb je na 6 jaar?
Oplossing:

- **Gegeven:** $P = €2.000$, $i = 0,04$ (4%), $n = 6$ jaar.
- **Berekening:**

$$F = 2000 \times (1 + 0,04)^6$$

$$F = 2000 \times (1,04)^6 \approx 2000 \times 1,265319$$

- **Resultaat:** $F = \mathbf{€2.530,64}$

Je hebt de keuze tussen twee investeringen:

- Investering A: Een obligatie die na 3 jaar €1.500 oplevert.
- Investering B: Een spaarrekening met een samengestelde jaarlijkse rente van 5%.
- Je hebt €1.200 beschikbaar om te investeren.

Vraag: Wat is de opportunity cost van het kiezen voor Investering A in plaats van Investering B?
Oplossing:

- **Berekening van Investering B:**

$$F_B = 1200 \times (1 + 0,05)^3$$

$$F_B = 1200 \times (1,05)^3 \approx 1200 \times 1,157625$$

$$F_B \approx €1.389,15$$

- **Opportunity Cost:**

$$\text{Opportunity Cost} = F_B - F_A = 1389,15 - 1500 = -€110,85$$

3.6 Actualisatie en annuïteiten

Hoe kunnen we nu weten wat de waarde is van toekomstige cashflows in het heden? Of als we iets afbetalen in termijnen, wat is dan de waarde van die betalingen nu? Dus je brengt toekomstige cashflows (A) terug naar hun huidige waarde (P). Dit proces noemen we **actualisatie**.

Laten we eerst een simpel voorbeeld bekijken.

Formule toekomstige waarde:

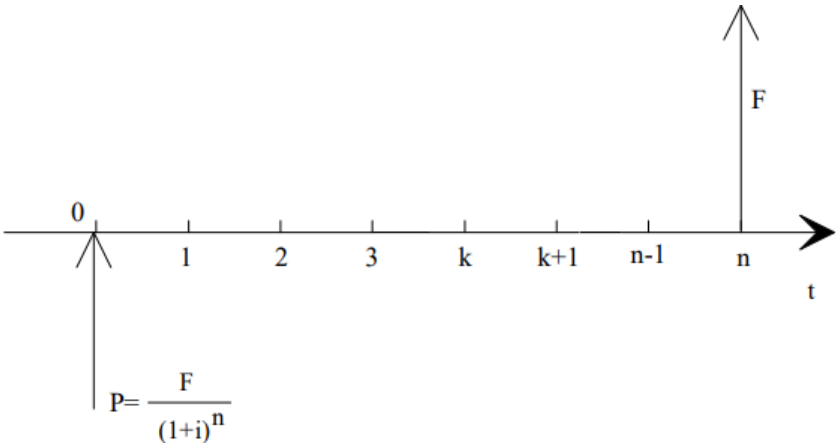
$$P = F/(1 + i)^n$$

met P de huidige waarde, F de toekomstige waarde, i de rentevoet, en n de hoeveelheid periodes.

Stel ik wil over 5 jaar 1000 euro ontvangen. De rentevoet is 5%. Wat moet ik investeren nu om dat bedrag te krijgen?

$$P = 1000/(1 + 0.05)^5 = 783.53 euro$$

Dus als ik nu 783.53 euro investeer tegen 5% rente, dan heb ik over 5 jaar 1000 euro.

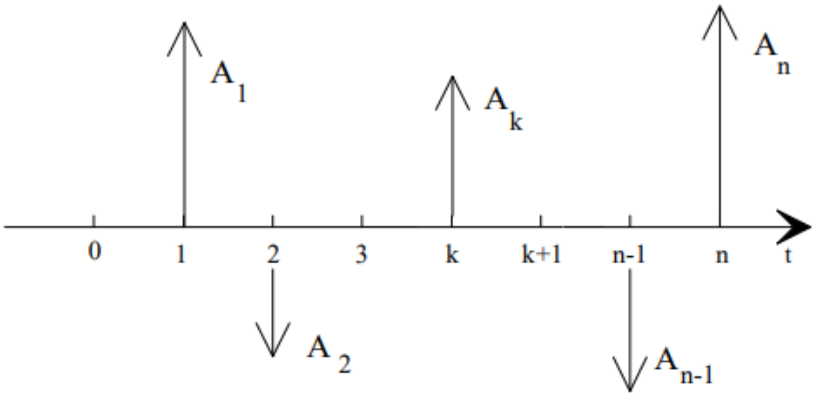


Figuur 14: Toekomstige waarde van een investering

Dit is natuurlijk simpel. Het gaat over 1 bedrag in de toekomst. Wat als we nu een reeks van bedragen hebben?

3.6.1 Actualisatie

Actualisatie is het proces van het omzetten van toekomstige cashflows naar hun huidige waarde. Door inflatie wordt dit geld minder waard in de toekomst. Je wilt dus weten als ik in de toekomst geld krijg, hoeveel is dat nu waard?



Figuur 15: Actualisatie van toekomstige cashflows

De formule voor actualisatie is:

Formule actualisatie:

$$P = \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A_n}{(1+i)^n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_n}{(1+i)^k}$$

met P de huidige waarde, A_n de cashflow in periode n, i de rentevoet, en n de hoeveelheid periodes.

Laten we een voorbeeld bekijken. Stel je hebt de volgende cashflows over 3 jaar:

- Jaar 1: 1000 euro
- Jaar 2: 1500 euro
- Jaar 3: 2000 euro
- Rentevoet i = 5%

De huidige waarde van deze cashflows is:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1000}{(1+0.05)^1} + \frac{1500}{(1+0.05)^2} + \frac{2000}{(1+0.05)^3} \\ &= \frac{1000}{1.05} + \frac{1500}{1.1025} + \frac{2000}{1.157625} \\ &\approx 952.38 + 1360.54 + 1728.99 = 4041.91 \text{ €} \end{aligned}$$

Dus met deze toekomstige cashflows heb je nu een waarde van ongeveer 4041.91 euro.

Dit zijn alleen cashflows die je ontvangt. Wat als je een lening hebt die je moet afbetalen in termijnen? Dit noemen we een annuïteit.

3.6.2 Annuïteiten

Annuïteit is een reeks gelijke betalingen die op regelmatige tijdstippen worden gedaan. Als je een lening aangaat bij de bank, dan betaal je meestal in maandelijkse termijnen. Je terugbetaling A is dan constant. Hoe bereken je die A?

De formule voor de huidige waarde van een annuïteit is:

Formule annuïteit:

$$P = A \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^k} = A \left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right) = A \times a_n$$

met P de huidige waarde, A de annuïteit (termijnbetaling), i de rentevoet, a_n de annuïteitsfactor, en n de hoeveelheid periodes.

Laten we een voorbeeld bekijken. Stel je leent 500 euro bij de bank tegen een rentevoet van 10% per jaar. Je wilt dit terugbetalen in 10 jaarlijkse termijnen. Wat is de jaarlijkse betaling A? Weet dat A hoger zal zijn want je moet ook rente betalen.

$$500 = A \left(\frac{1-(1+0.10)^{-10}}{0.10} \right)$$

$$500 = A\left(\frac{1-(1.10)^{-10}}{0.10}\right) = A\left(\frac{1-0.38554}{0.10}\right) = A\left(\frac{0.61446}{0.10}\right) = A\times 6.1446A = \frac{500}{6.1446} \approx 81.34\,€$$

6.1446 is de **annuïteitsfactor**, je kunt deze berekenen of je zoekt ze in een tabel. Je zoekt dan 10 jaar en 10% op. Dus je moet elk jaar 81.34 euro betalen om de lening van 500 euro terug te betalen in 10 jaar.

Laten we dit opstelling in een tabel zodat je duidelijk ziet wat je afbetaald elke jaar.

Tabel 3: Afbetalingsschema van de lening

Periode	Beginbalans (€)	Rente (10%)	Betaling (€)	Aflossing (€)	Eindbalans (€)
1	€500.00	€500 * 0.10 = €50.00	€81.34	€31.34	€468.66
2	€468.66	€46.87	€81.34	€34.47	€434.19
3	€434.19	€43.42	€81.34	€37.92	€396.27
4	€396.27	€39.63	€81.34	€41.71	€354.56
5	€354.56	€35.46	€81.34	€45.88	€308.68
6	€308.68	€30.87	€81.34	€50.47	€258.21
7	€258.21	€25.82	€81.34	€55.52	€202.69
8	€202.69	€20.27	€81.34	€61.07	€141.62
9	€141.62	€14.16	€81.34	€67.18	€74.44
10	€74.44	€7.44	€81.88	€74.44	€0.00

Opmerking: vaste periodieke betaling berekend als A ≈ €81.34; de laatste betaling is hier licht aangepast (€81.88) om afrondingsverschillen volledig uit te wissen.

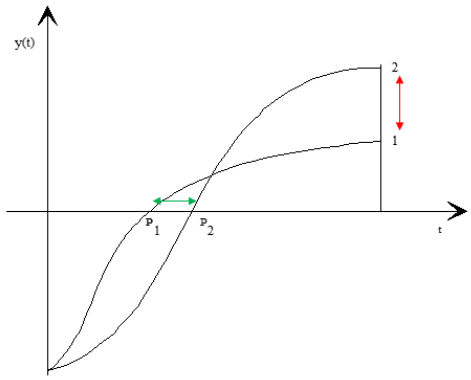
Je betaald dus langzaam minder interest omdat je schuld afneemt.

3.7 Investeringsevaluatie methodes

Hoe weten we nu of een investering goed is of niet? Deze formules geven ons een manier om dat te bepalen. We gaan hier twee methodes bekijken.

3.7.1 Payback-methode

De payback-methode kijkt naar hoe snel je je investering terugverdient. Dit is een simpele methode die niet kijkt naar de tijdswaarde van geld. Je berekent gewoon hoeveel tijd het duurt om je initiële investering terug te krijgen. Het is mogelijk dat je hierdoor winst mist omdat je niet kijkt naar de cashflows na de payback-periode.



Payback-periode illustratie

- **Voordelen:** Eenvoudig te begrijpen en toe te passen. Handig voor snelle beslissingen.

- **Nadelen:** Negeert de tijdswaarde van geld en cashflows na de payback-periode.
- **Toepassing:** Geschikt voor kleine investeringen of wanneer liquiditeit belangrijk is.

3.7.2 Discounted cashflow

De discounted cashflow (DCF) methode houdt rekening met de tijdswaarde van geld. Als het over lange termijn investeringen gaat, is dit de beste methode.

Formule Huidige Waarde (HW):

$$HW = \sum_{k=0}^{n} \frac{R_k - E_k}{(1+i)^k} = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k}$$

met HW de huidige waarde, R_k de inkomsten in periode k, E_k de uitgaven in periode k, i de discontovoet, CF_k de cashflow in periode k, en n de hoeveelheid periodes.

De netto huidige waarde (NHW) is dan:

Formule Netto Huidige Waarde (NHW):

$$NHW = HW - I_0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k} - I_0$$

met NHW de netto huidige waarde, HW de huidige waarde, I_0 de initiële investering, CF_k de cashflow in periode k, i de discontovoet, en n de hoeveelheid periodes.

Als NHW > 0, is de investering rendabel.

Met dit kunen we de Profitability Index (PI) berekenen:

Formule Profitability Index (PI):

$$PI_2 = \frac{NHW}{I_0} => PI_1 = \frac{HW}{I_0} => PI_2 = PI_1 - 1$$

met PI de profitability index, NHW de netto huidige waarde, HW de huidige waarde, I_0 de initiële investering.

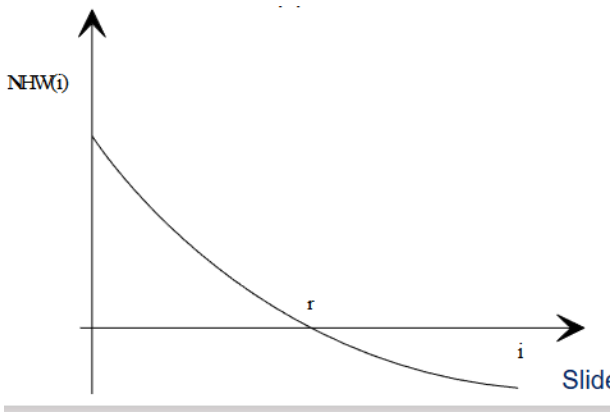
Je hebt dus gewoon een factor om te zien hoe goed de investering is. Als $PI_2 > 0$, is de investering goed.

Als laatste hebben we de Internal Rate of Return (IRR). In de formule 3.7.2 van NHW, stel je NHW $= 0$. Je lost dan op voor i. Dit is de IRR. Dit toont hoeveel rendement je krijgt op je investering.

Formule Internal Rate of Return (IRR):

$$0 = \sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+IRR)^k} - I_0$$

met IRR de internal rate of return, CF_k de cashflow in periode k, I_0 de initiële investering, en n de hoeveelheid periodes.



Figuur 16: Grafische weergave van de IRR (snijpunt met de x-as)

EXAMENTIP: *De formules zijn gegeven maar weet wat ze betekenen en hoe je ze gebruikt. Zorg ook dat je de voordelen en nadelen van de twee methodes kent. Je hebt twee methodes: Payback en Discounted Cashflow. Payback is simpel maar kijkt niet naar de tijdswaarde van geld. Discounted Cashflow is complexer maar geeft een beter beeld van de investering over tijd.*

IRR Berekening

Opgave: Je bedrijf overweegt een investering van €50.000. De cashflows voor de komende 4 jaar zijn respectievelijk:

- Jaar 0: -€50.000 (initiële investering)
- Jaar 1: €15.000
- Jaar 2: €18.000
- Jaar 3: €16.000
- Jaar 4: €14.000

Bepaal de IRR van deze investering.

Oplossing:
We gebruiken de IRR-formule:

$$0 = -50.000 + \frac{15.000}{(1+IRR)^1} + \frac{18.000}{(1+IRR)^2} + \frac{16.000}{(1+IRR)^3} + \frac{14.000}{(1+IRR)^4}$$

Dit is een niet-lineaire vergelijking die we niet analytisch kunnen oplossen. We gebruiken **iteratie** of een **financiële calculator**:

- Bij $IRR = 0\%$: NHW $= 15.000 + 18.000 + 16.000 + 14.000 - 50.000 = 13.000$ (positief, €13.000)
- Bij $IRR = 10\%$: NHW $= \frac{15.000}{1{,}10} + \frac{18.000}{1{,}21} + \frac{16.000}{1{,}331} + \frac{14.000}{1{,}4641} - 50.000 \approx 2.067$ (positief, €2.067)
- Bij $IRR = 15\%$: NHW ≈ -1.500 (negatief, €1.500)

De IRR ligt tussen 10% en 15%. Met nauwkeurigere berekening: **IRR ≈ 11,8%**
Conclusie: De investering levert ongeveer 11,8% rendement op. Als dit hoger is dan de geëiste rentabiliteit (hurdle rate), accepteer je de investering.

Oefening: Discounted Cashflow — HW, NHW, IRR, PI

Gegeven: initiële investering $I_0 = €5.000$. Verwachte cashflows:

$$CF_1 = €1.500, \quad CF_2 = €2.000, \quad CF_3 = €2.500.$$

Discontovoet $i = 8\%$.

1. Huidige Waarde (HW)

$HW = \sum_{k=1}^{n} \frac{CF_k}{(1+i)^k}$ Berekening:

$$\begin{aligned} HW &= \frac{1500}{1{,}08} + \frac{2000}{1{,}08^2} + \frac{2500}{1{,}08^3} \\ &\approx 1388{,}89 + 1715{,}98 + 1986{,}77 = \mathbf{5091{,}64}\ €. \end{aligned}$$

2. Netto Huidige Waarde (NHW)

$NHW = HW - I_0$

$$NHW = 5091{,}64 - 5000 = \mathbf{91{,}64}\ € \quad (>0 \Rightarrow \text{rendabel bij } 8\%).$$

3. Profitability Index (PI)

$PI = \frac{HW}{I_0}$

$$PI = \frac{5091{,}64}{5000} \approx \mathbf{1{,}0183}.$$

4. Internal Rate of Return (IRR)

IRR is de koers r waarvoor

$$0 = \left(\sum_{k=1}^{3} \frac{CF_k}{(1+r)^k} \right) - I_0.$$

We zoeken r door iteratie. NPV bij $r = 8\%$ is $+91{,}64$, bij $r = 9\%$ is ongeveer $-9{,}99$. Lineaire interpolatie geeft:

$$r \approx 0{,}08 + \frac{0 - 91{,}64}{-9{,}99 - 91{,}64} \times (0{,}09 - 0{,}08) \approx \mathbf{8{,}90}\%.$$

Conclusie: HW = €5091,64, NHW = €91,64 (>0), PI ≈ 1,018, IRR ≈ 8,90%. Project is rendabel bij discontovoet 8%.

EXAMENTIP: *Een vraag kan zijn: Hoe voer je een 'Investeringsanalyse' uit? Leg uit aan de hand van een schema. Je legt uit welke waarden je allemaal nodig hebt en hoe je die berekent (cashflow, intrest, investeringperiode, het investeringsbedrag, etc). Daarna leg je uit welke methodes er zijn (NHW, IRR ...) en hoe je die berekent. Leg dan wanneer het een goede of slechte investering is voor welke voorwaarden.*

EXAMENTIP: *Stel je wilt een investering gaan analyseren die een 'effect' zou hebben over een periode van 10 jaar. Welke beoordelingscriteria zou je gaan gebruiken, en waarom? Motiveer duidelijk je antwoord. Je gaat zoiezo discounted cashflow gebruiken omdat je met een periode van 10 jaar werkt. Voor kleinere investeringen kan je payback gebruiken.*

EXAMENTIP: *Investeringen en subsidies. Hoe kunnen subsidies bepalend zijn bij een*

investeringsevaluatie? Leg uit Als je investing gesubsideerd wordt, dan verlaagt dit het initiële investeringsbedrag. I_0. Bij de formule van NHW en IRR heeft dit een positief effect op de uitkomst.

4 Module 4: Kostprijs calculatie

Dit deel gaat over kostprijs calculatie. Je gaat dus berekenen wat de kost is van een product. Dit is niet hetzelfde als de prijszetting. Hierbij bekijk je puur wat het kost om een product te maken. We willen dus weten wat de kost is van grondstoffen, arbeid, overhead, etc. Daarna kan je met deze factoren de prijs bepalen.

We nemen een pizzeria als voorbeeld. Die hebben kosten aan ingrediënten, De kok, huur, elektriciteit , mangement etc.

4.1 Kostprijs elementen

Kostentype	Variabele Kosten	Vaste Kosten
Directe Kosten	Grondstof per eenheid Arbeid per eenheid Directe materiaal	Vaste arbeid Gespecialiseerde machines Licenties specifiek product
Indirecte Kosten	Energie voor productie Distributie per eenheid Verpakking per eenheid	Administratie Huur fabriek Verzekeringen Onderhoud machines

Tabel 4: Kostenmatrix: Categorisering naar Directheid en Variabiliteit

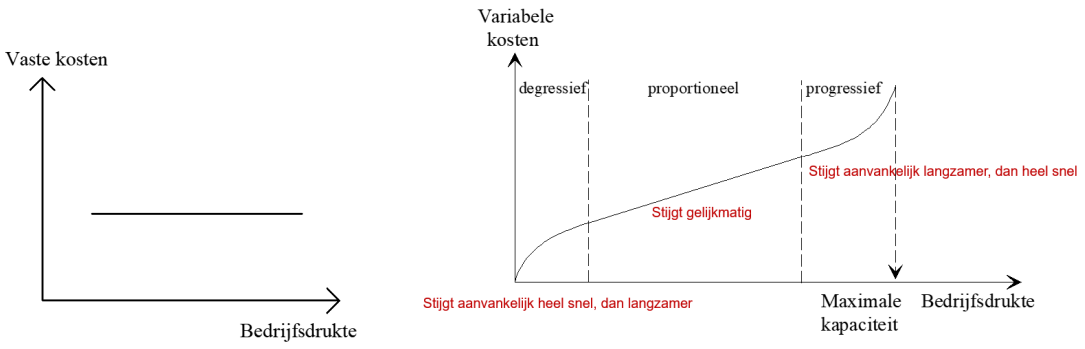
Kostprijs elementen

- **Variabele kosten:** Veranderen met de hoeveelheid geproduceerde eenheden. ingrediënten per pizza.
- **Vaste kosten:** Blijven hetzelfde onafhankelijk van de productie. (bijv. huur, salarissen administratie).
- **Directe kosten:** Rechtstreeks toewijsbaar aan een product of dienst. (Deeg per pizza).
- **Indirecte kosten:** Kosten zoals het gebouw, huur, elektriciteit. (Elektriciteit van de pizzeria).

Deze kosten zijn niet altijd op een product of dienst gezet maar ze zijn wel een deel van de kostprijs.

Voorbeelden: Het deeg is een variable directe kost. Ze zijn gelinkt aan het product en veranderen met de productie. De huur is een vaste indirecte kost. Ze zijn niet gelinkt aan een product en veranderen niet met de productie. Elektriciteit is een variable indirecte kost. Ze zijn niet gelinkt aan een product maar veranderen wel met de productie. De kok is een vaste directe kost. Ze zijn gelinkt aan het product maar veranderen niet met de productie.

Vaste kosten zijn dus een recht lijn op een grafiek of zal stapgewijs omhoog gaan. Variable kosten zijn een stijgende lijn.



Figuur 17: Vaste en Variable kosten grafiek

- **Degressief:** In de het begin gaan de prijzen snel omhoog omdat sommige dingen zoals bijvoorbeeld de oven veel kosten om te draaien.
- **Proportioneel:** De kosten stijgen recht evenredig met de productie.
- **Progressief:** Vanaf een punt ga je teveel produceren. Je oven en kok moeten bijvoorbeeld overuren draaien waardoor je meer moet betalen of je meer onderhoud moet doen. Je gaat dus meer betalen per extra eenheid.

=> Er is dus een optimaal punt waar je de laagste kostprijs hebt.

EXAMENTIP: *Deze grafieken moeten kunnen tekenen en uitleggen wat ze betekenen.*

4.1.1 Fifo en Lifo

> Hoe kun je nu de waarde van je voorraad bepalen? Er zijn twee methodes: FIFO en LIFO: **FIFO** is First In First Out. **LIFO** is Last In First Out.

Stel je hebt 100 eenheden gekocht voor 10 euro per stuk en 50 voor 12 euro per stuk. Dan heb je 1000 euro uitgegeven. Je verkoopt er 60.

FIFO: Je verkoopt de eerste 60 eenheden die je gekocht hebt. Dus 60 * 10 = 600 euro. Je hebt dan nog 40 eenheden over van 10 euro per stuk en 50 eenheden van 12 euro per stuk.

LIFO: Je verkoopt de laatste 60 eenheden die je gekocht hebt. Dus 50 * 12 = 720 euro + 10 * 10 = 100 euro => 820 euro. Je hebt dan nog 40 eenheden over van 10 euro per stuk.

4.1.2 Primitieve Toeslag methodes

Primitieve toeslagmethode: Je neemt je indirect kosten en verdeelt die over je producten.

Directe kosten, indirect kosten en toeslagmethode

De ingredienten kosten 5000 euro. De cola's kosten 5000 euro. De kok kost 3000 euro. De ober kost 2000 euro.

We verkopen 1000 pizza's. We verkopen 2000 cola's

Direct variable kost per pizza = 5000/1000 = 5 euro. Direct variable kost per cola = 5000/2000 = 2.5 euro.

De kok is een arbeidskost. Dit is een vaste directe kost. De kok kost 3000/1000 = 3 euro per pizza. De ober kost 2000/2000 = 1 euro per cola.

Tabel 1: Directe Kosten

Kostentype	**Pizza P**	**Cola C**
Ingrediënten (per eenheid)	€5,00	€2,50
Arbeid (per eenheid)	€3,00	€1,00
Totale directe kost	**€8,00**	**€3,50**

Tabel 5: Directe Kosten per Product

Indirecte kosten Er zijn indirect kosten van 2000 euro. Hoe gaan we die nu toewijzen want sommige producten zijn duurder dan andere.

Dit noemt **toeslag**.

$Toeslag = \frac{IndirecteKosten}{DirecteKosten}$

Tabel 2: Toeslag op basis van ALLE directe kosten

Toeslag alle directe kosten = $\frac{€2000}{€15000}$ = 13.33%

Kostentype	**Pizza P**	**Cola C**
Directe kosten ingrediënten	€5,00	€2,50
Direct kosten arbeid	€3,00	€1,00
Toeslag (13.33%)	€1,07	€0,47
Totale kostprijs	**€9,07**	**€3,97**

Tabel: Kostprijs met Toeslag op Alle Directe Kosten

Tabel 3: Toeslag op basis van INGREDIËNTEN

Toeslag ingredienten = $\frac{€2000}{€10000}$ = 20%

Kostentype	**Pizza P**	**Cola C**
Ingrediënten	€5,00	€2,50
Toeslag ingrediënten	€1,00	€0,50
Arbeid	€3,00	€1,00
Totale kostprijs	**€9,00**	**€4,00**

Tabel 6: Kostprijs met Toeslag op Ingrediënten

Tabel 4: Toeslag op basis van ARBEID

Toeslag arbeid = $\frac{€2000}{€5000}$ = 40%

4.1.3 Verfijnde toeslagmethode

Hierbij ga je de verdeelsleutels verfijnen. Je indirecte kosten ga je meer opdelen in verschillende kostenplaatsen. Je indirect ingredienten, indirect arbeid, indirect machine gebruik etc. Je gaat

Kostentype	**Pizza P**	**Cola C**
Ingrediënten	€5,00	€2,50
Arbeid	€3,00	€1,00
Toeslag arbeid	€1,20	€0,40
Totale kostprijs	**€9,20**	**€2,40**

Tabel 7: Kostprijs met Toeslag op Arbeid

dus verschillende toeslagen gebruiken voor verschillende kostenplaatsen.

Zie het boek of de slides voor een voorbeeld.

4.1.4 Kostenplaatsmethode

Hier ga je de indirecte kosten toewijzen aan verschillende kostenplaatsen. De huur van de pizzaria is 500 euro. Je deelt dan die 500 euro op in verschillende kostenplaatsen. De pizza keuken, de bar, de administratie etc. Je gaat dan per kostenplaats de indirecte kosten toewijzen.

Pizzakeuken is 60% van de oppervlakte. Bar is 30% van de oppervlakte. Administratie is 10% van de oppervlakte.
Dus de huur van de pizzakeuken is 500 * 0.6 = 300 euro. De huur van de bar is 500 * 0.3 = 150 euro. De huur van de administratie is 500 * 0.1 = 50 euro.

Je kunt nog meer verdelen zoals verzekering van de machines met de waarde van de machines. Of elektriciteit met het verbruik van de machines.

4.2 Kostprijsberekening methodes

We hebben nu gezien hoe je kosten over producten kunt verdelen. Maar hoe geraken we nu tot een kostprijsberekening? Er zijn verschillende methodes om dit te doen.

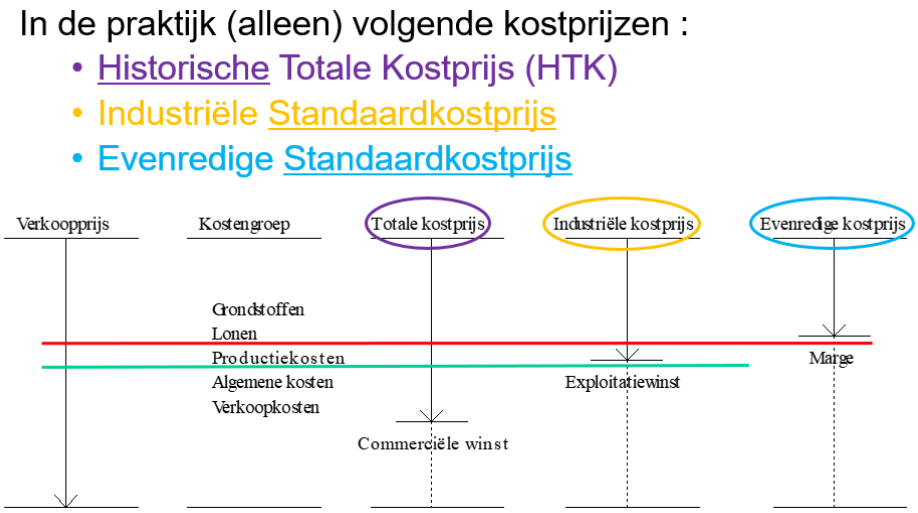
Ze geven methodes maar daarna gaan ze andere namen geven voor dezelfde methodes. Idk maar hier zijn ze:

Klassieke kostprijsberekening: Je kijkt naar alle kosten die gemaakt zijn en deelt die door de geproduceerde eenheden. De winst die je dan maakt is de **handelswinst**

Industriële kostprijsberekening Alle kosten door de grondstoffen, arbeid, en productie. De winst die je dan maakt is de **exploitatiewinst**

Exploitatiewinst omdat je puur kijkt naar de productie maar je hebt nog geen verkoopkosten en algemene kosten meegerekend.

Evenredige kostprijsberekening: Wat zijn de gebruikte grondstoffen, lonen. Prodcutie en verkoopskosten haal je eruit. De winst die je dan maakt is de **marge** *Je hebt dus niet direct winst maar gewoon hoeveel er overblijft deze kosten.*



Figuur 18

Elk van deze kostprijzen hangen af van wat er in het verleden gebeurd is **(historische kostprijsberekening)**. Wanneer je gaat kijken naar standaardprijzen van de grondstoffen dat je gebruikt (wat is het prijs van 1kg staal) dan heb je **standaard kostprijsberekening**

Historische kostprijsberekening: Hierbij bereken je de kostprijs op basis van de werkelijke kosten die gemaakt zijn in het verleden. Deze kunnen verschillen van de geplande kosten.

Deze kostprijs berekeningen hangt af van het verleden en is dus niet altijd representatief voor de toekomst. Dingen zoals lonen, grondstoffen prijzen etc kunnen veranderen. Efficiëntie kun je hier ook niet mee meten want als je in het verleden inefficiënt was, dan is dat gewoon in de kostprijs verwerkt.
Historsiche kostprijzen tellen gewoon alle kosten op die gemaakt zijn. Je hebt dus geen inzicht in vaste en variable kosten.

Oefening: Wijnhandelaar - Toeslagen en Productmix

Situatie:
Een wijnhandelaar verkoopt twee soorten wijn in flessen van 1 liter:
Gegeven:
- **Wijn A:** 50 liter à €80/liter = €4.000 inkoop
- **Wijn B:** 50 liter à €120/liter = €6.000 inkoop
- **Directe kosten** (flessen + arbeid): €10 per fles
- **Vaste kosten** (huur): €4.000
- **Verkoopprijs A:** €135 per fles
- **Verkoopprijs B:** €175 per fles

Gevraagd: Bereken de kostprijs met verschillende toeslagmethoden en analyseer de productmix.
Oplossing - Stap 1: Basisberekeningen

	Wijn A	**Wijn B**
Aantal flessen	50	50
Inkoop per fles	€80	€120
Directe kosten per fles	€10	€10
Variabele kosten per fles	**€90**	**€130**

Totale vaste kosten (huur): €4.000 moeten worden toegerekend.

Stap 2: Methode 1 - Gelijkmatige verdeling

Vaste kosten per fles: €4.000 ÷ 100 flessen = €40/fles

	Wijn A	**Wijn B**
Variabele kosten	€90	€130
Vaste kosten (toeslag)	€40	€40
Kostprijs per fles	**€130**	**€170**
Verkoopprijs	€135	€175
Winst per fles	**€5**	**€5**

Stap 3: Methode 2 - Toeslag op variabele kosten

Totale variabele kosten: (50 × €90) + (50 × €130) = €11.000

Toeslagpercentage: €4.000 ÷ €11.000 = 36,36%

	Wijn A	**Wijn B**
Variabele kosten	€90	€130
Vaste kosten (36,36%)	€32,73	€47,27
Kostprijs per fles	**€122,73**	**€177,27**
Verkoopprijs	€135	€175
Winst per fles	**€12,27**	**-€2,27**

Analyse: Bij deze methode lijkt Wijn B verlieslatend!

Stap 4: Wat als we Wijn B schrappen?

Als we Wijn B schrappen en alleen Wijn A verkopen:

	Alleen Wijn A
Omzet (50 × €135)	€6.750
Variabele kosten (50 × €90)	€4.500
Dekkingsbijdrage	**€2.250**
Vaste kosten	€4.000
Resultaat	**-€1.750**

Met beide producten:

	Beide wijnen
Omzet A (50 × €135)	€6.750
Omzet B (50 × €175)	€8.750
Totale omzet	**€15.500**
Variabele kosten A	€4.500
Variabele kosten B	€6.500
Totale variabele kosten	**€11.000**
Dekkingsbijdrage	**€4.500**
Vaste kosten	€4.000
Resultaat	**+€500**

Conclusie:

- Wijn B draagt €45 per fles bij aan de vaste kosten (€175 - €130)
- Zonder Wijn B maak je €1.750 verlies in plaats van €500 winst
- Het schrappen van een "verlieslatend"product is gevaarlijk als het nog een positieve dekkingsbijdrage heeft

- De toeslagmethode beïnvloedt sterk welk product "winstgevend"lijkt

Door al deze problemen wordt gekeken naar een andere methode:

(Industriële)Standaard kostprijsberekening: Je kijkt naar alle elementen die in de kostprijs zitten en bekijken wat de standaard kosten zijn. Je gaat dus kijken naar de standaard prijzen van grondstoffen, standaard lonen, standaard machine gebruik etc.

Oefening: Industriële Standaard Kostprijsberekening

Voorbeeld: De Smederij - Industriële Standaardkostprijs
Bij de industriële standaardkostprijs wordt de kostprijs vooraf berekend op basis van technische standaarden, in plaats van achteraf op basis van werkelijke uitgaven. De kostprijs werkt met kostenplaatsen en standaarden, en blijft geldig zolang de standaarden niet wijzigen.
Gegeven:
Een smederij produceert een metalen component met de volgende technische gegevens:
- Aantal uren smeden: 3,5 uur
- Gewicht voor thermische behandeling: 12 kg
- Standaardprijs smeden: €45 per uur
- Standaardprijs thermische behandeling: €8 per kg

Gevraagd: Bereken de industriële standaardkostprijs voor dit product.
Oplossing:
De industriële standaardkostprijs wordt berekend als:

$$\begin{aligned}\text{Standaardkostprijs} &= (\text{Uren smeden} \times \text{Std. prijs/uur}) \\ &\quad + (\text{Kg behandeling} \times \text{Std. prijs/kg})\end{aligned}$$

Invullen van de gegevens:

$$\begin{aligned}\text{Standaardkostprijs} &= (3,5 \text{ uur} \times €45/\text{uur}) + (12 \text{ kg} \times €8/\text{kg}) \\ &= €157,50 + €96,00 \\ &= \mathbf{€253,50}\end{aligned}$$

Interpretatie:
De vooraf bepaalde kostprijs voor dit product is €253,50. Deze standaardkostprijs geldt als norm. Achteraf worden de werkelijke kosten vergeleken met deze standaard. Als de werkelijke kosten:
- **Lager** zijn dan €253,50: positieve afwijking (efficiëntie)
- **Hoger** zijn dan €253,50: negatieve afwijking (inefficiëntie)

Voorbeeld afwijkingsanalyse:
Stel dat de werkelijke kosten achteraf:
- Werkelijke uren smeden: 4 uur à €45/uur = €180
- Werkelijke kg behandeling: 12 kg à €9/kg = €108
- Totale werkelijke kosten: €288

Afwijking: €288 - €253,50 = **€34,50 negatieve afwijking**
Deze afwijking kan worden opgesplitst:
- Tijdsafwijking smeden: (4 - 3,5) × €45 = €22,50 (inefficiënt)
- Prijsafwijking behandeling: 12 × (€9 - €8) = €12,00 (hogere prijs)

Evenredige kostprijsberekening: De industriele kostprijsberekening is ook niet perfect. Je hebt bijvoorbeeld geen idee van hoeveel producten je moet verkopen om winst te maken. De evenredige kosten biedt antwoord op de vragen: Hoeveel kan ik afzetten (verkopen) voordat ik winst maak? Hoe rendabel is mijn product?
Je gaat dus kijken naar de vaste en variable kosten en een **break-even analyse** doen.

Break-Even Analyse
De break-even analyse bepaalt het punt waarop een bedrijf geen winst of verlies maakt. Dit is het moment waarop de **Totale Opbrengst (TO)** gelijk is aan de **Totale Kosten (TK)**.

Kernbegrippen:

Dekkingsbijdrage Dit is het verschil tussen de verkoopprijs en de variabele kosten ($P - VCK$). Dit bedrag per verkocht stuk draagt bij aan het dekken van de vaste kosten.

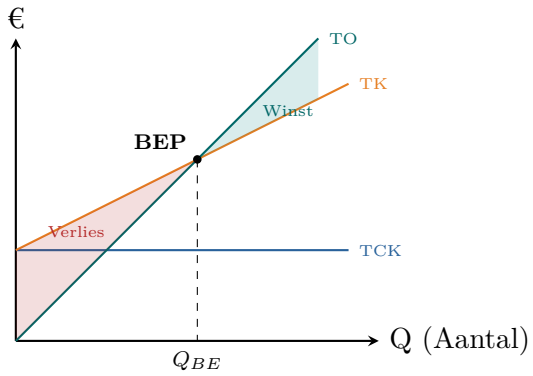
Break-Even Afzet (Q_{BE}) Het aantal stuks dat verkocht moet worden:

$$Q_{BE} = \frac{TCK}{P - VCK}$$

Break-Even Omzet (TO_{BE}) De omzet in euro's waarbij winst nul is:

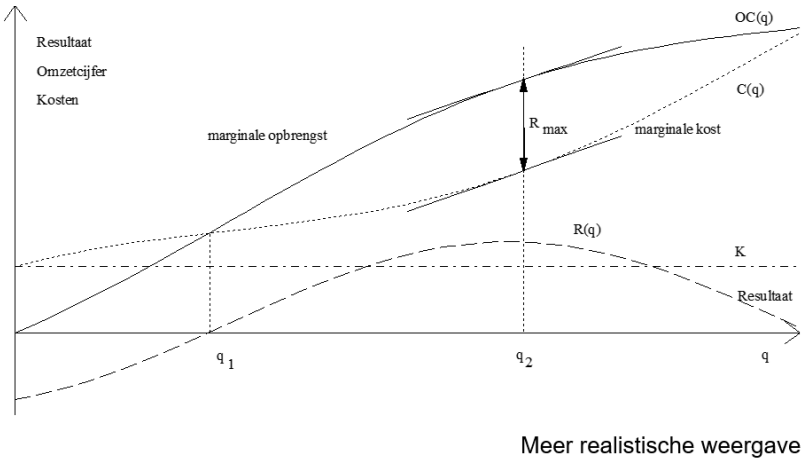
$$TO_{BE} = P \times Q_{BE}$$

Veiligheidsmarge Hoeveel de afzet mag dalen voordat er verlies wordt gemaakt (vaak uitgedrukt in % van de huidige afzet).



Figuur 19: Visualisatie van de Break-Even Analyse

In de realiteit zijn deze grafiekn niet lineair omdat de variable kosten kunnen veranderen met de productie 17. Je wilt dus rond q2 zitten want daar is het optimale tussen de productie en de kostprijs.



Figuur 20: Realistische Break-Even Analyse

Je gaat dan het verschil met de marginale kost en de marginale opbrengst bekijken en dan de winst maximaliseren.

EXAMENTIP: *Zorg dat je alle methodes kent en wat ze inhouden. Daarbij ook de voordelen en nadelen en de hoe de winst noemt. kijk naar de figuur 18*

- *Exploitatiewinst*
- *Commerciele winst*
- *Marge*

EXAMENTIP: *Zorg dat je deze grafieken goed kunt uitleggen*

4.3 afwijkingsanalyse

Je wilt zien of je bereken nu wel klopt met de werkelijke kostprijs. Na je periode ga je deze berekening doen.

Afwijkingsanalyse:

$$W = afwijking = K' - K = (p' - p) * q' + (q' - q) * p'$$

Met W = afwijking in euro's K' = werkelijke kostprijs K = geplande kostprijs p' = werkelijke prijs p = geplande prijs q' = werkelijke hoeveelheid q = geplande hoeveelheid

Afwijkingsanalyse - Begroting vs Realisatie

Situatie:
Een productiebedrijf wil de verschillen tussen begroting en werkelijkheid analyseren.
1. Standaarden (Begroting): Productie van 140.000 stuks

Element	Standaard per stuk	Standaardprijs
Grondstof	0,3 kg	€50/kg
Arbeid	0,1 uur	€200/uur
Vaste kosten	€5/stuk	€700.000 totaal

2. Werkelijkheid (Realisatie): Productie van 150.000 stuks

Element	Werkelijk verbruik	Werkelijke kosten
Grondstof	43.000 kg	€2.080.000
Arbeid	16.000 uur	€3.360.000
Vaste kosten	-	€700.000

3. Afwijkingsanalyse:

A. Grondstoffen

Werkelijke prijs: $P' = \frac{€2.080.000}{43.000 \text{ kg}} = €48,37/\text{kg}$

Standaard hoeveelheid voor 150.000 stuks: $Q = 150.000 \times 0,3 = 45.000$ kg

$$\begin{aligned}\text{Prijsafwijking} &= (P' - P) \times Q' \\ &= (€48,37 - €50) \times 43.000 \\ &= -\mathbf{€70.000} \quad \text{(Voordelig)}\end{aligned}$$

Interpretatie: Grondstoffen goedkoper ingekocht dan gepland.

$$\begin{aligned}\text{Efficiëntieafwijking} &= (Q' - Q) \times P \\ &= (43.000 - 45.000) \times €50 \\ &= -\mathbf{€100.000} \quad \text{(Voordelig)}\end{aligned}$$

Interpretatie: Minder materiaal verbruikt (43.000 kg) dan de standaard (45.000 kg).

Totale afwijking grondstoffen: -€70.000 + (-€100.000) = **-€170.000 (Voordelig)**

B. Arbeid

Werkelijk uurloon: $P' = \frac{€3.360.000}{16.000 \text{ uur}} = €210/\text{uur}$

Standaard uren voor 150.000 stuks: $Q = 150.000 \times 0,1 = 15.000$ uur

$$\begin{aligned}\text{Prijsafwijking} &= (P' - P) \times Q' \\ &= (€210 - €200) \times 16.000 \\ &= +\mathbf{€160.000} \quad \text{(Nadelig)}\end{aligned}$$

Interpretatie: Personeel was duurder per uur dan begroot.

$$\begin{aligned}\text{Efficiëntieafwijking} &= (Q' - Q) \times P \\ &= (16.000 - 15.000) \times €200 \\ &= +\mathbf{€200.000} \quad \text{(Nadelig)}\end{aligned}$$

Interpretatie: Personeel werkte trager dan standaard (16.000 uur i.p.v. 15.000 uur).

Totale afwijking arbeid: +€160.000 + €200.000 = **+€360.000 (Nadelig)**

C. Vaste Kosten (Capaciteit)

Standaard vaste kosten per stuk: $\frac{€700.000}{140.000} = €5/\text{stuk}$

$$\begin{aligned}\text{Bezettingsafwijking} &= (\text{Geplande productie} - \text{Werkelijke productie}) \times \text{Std. tarief} \\ &= (140.000 - 150.000) \times €5 \\ &= -€\mathbf{50.000} \quad \text{(Voordelig)}\end{aligned}$$

Interpretatie: Meer geproduceerd (150k vs 140k), dus vaste kosten gespreid over meer eenheden.

Totaaloverzicht:

Kostensoort	**Afwijking**	**Effect**
Grondstoffen - Prijs	-€70.000	Voordelig
Grondstoffen - Efficiëntie	-€100.000	Voordelig
Arbeid - Prijs	+€160.000	Nadelig
Arbeid - Efficiëntie	+€200.000	Nadelig
Vaste kosten - Bezetting	-€50.000	Voordelig
Totale afwijking	**+€140.000**	**Nadelig**

Conclusie:

- De arbeidskosten vielen veel hoger uit (+€360.000) door hogere lonen én inefficiënt werken
- Dit werd deels gecompenseerd door:
  - Goedkopere inkoop grondstoffen (-€70.000)
  - Zuiniger materiaalgebruik (-€100.000)
  - Hogere productievolume (-€50.000)
- Netto resultaat: €140.000 meer kosten dan begroot
- Actie nodig: Arbeidsefficiëntie verbeteren en loonkosten onderzoeken

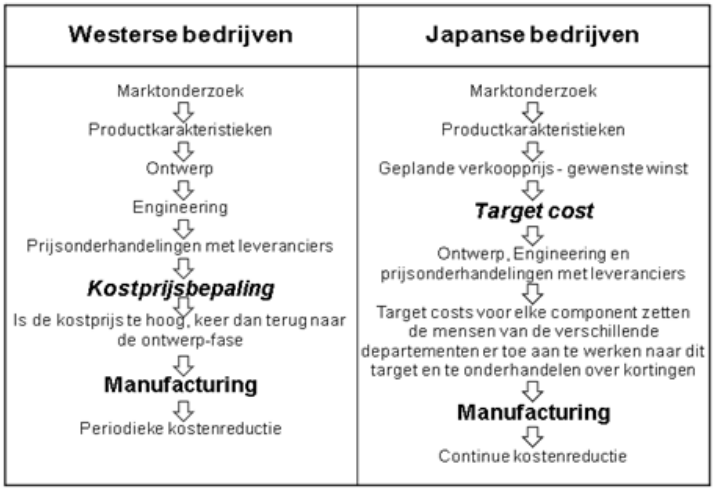
4.4 Activity Based Costing (ABC)

Al deze Kostprijsberekeningen geven je nu wel geen inzicht in wat de kost is van specifieke producten. Stel je hebt twee producten die andere processen hebben. In de vorige methodes zou je de kosten gelijk verdelen zonder enige inzicht in de kost per product. ABC ga je per product de kosten toewijzen. Dit is veel realistischer. Het is wel moeilijker te implementeren.

Bekijk de slides of het boek voor een voorbeeld van ABC.

4.5 Target based costing

Bij traditionele kostprijsberekening maak je je product en kijk je daarna wat de kost is. Bij target based costing ga je eerst kijken wat de marktprijs is. Je kijkt dus wat de klant wil betalen voor een product. Daarna ga je je product maken binnen die kostprijs. Dit is dus een omgekeerde manier van denken.



Figuur 21

5 Module 5: Analyse van een jaarrekening

Een paar belangrijke termen om te kennen:

- Balans: Een momentopname van de financiële situatie van een bedrijf op een bepaald tijdstip. Dit is een foto van de activa en passiva.
- Resultatenrekening: Een overzicht van de inkomsten en uitgaven over een bepaalde periode. Dit is een video van de winst en verlies.
- Toelichting: wordt later besproken.
- Sociale balans: Een overzicht van de sociale aspecten van een bedrijf, zoals arbeidsomstandigheden en personeelsbeleid.
- Niet-financiële informatie: Informatie die niet direct in geld kan worden uitgedrukt, zoals milieubeleid en maatschappelijke verantwoordelijkheid.

Boekhouding heeft principes, je moet dezelfde kosten elk jaar op dezelfde manier boeken. Dit helpt om ratio's tussen de jaren te vergelijken.

EXAMENTIP: *Een vraag uit een examen kan zijn: Waarom worden 'Ratio-analyses' gebruikt binnen het Financieel Management? Wat zijn de beperkingen? Leg uit.*

Activa is wat een bedrijf bezit. Passiva is hoe dat gefinancierd is. Je zet passiva in (het doet niks het is passief) en zet het in op activa (het doet iets het is actief).

5.0.1 Activa (Wat bezit het bedrijf?)

- **Vaste activa:** Lange termijn investeringen
  - Gebouwen, machines, voertuigen
  - Immateriële activa (patenten, licenties)
- **Vlottende activa:** Korte termijn bezittingen
  - Voorraden (grondstoffen, halffabricaten, eindproducten)
  - Vorderingen (geld dat klanten nog schuldig zijn)

- Bankrekening en contanten

5.0.2 Passiva (Waar komt het geld vandaan?)

- **Eigen Vermogen:** Geld van eigenaren/aandeelhouders
  - Inbreng van oprichters
  - Gerealiseerde winsten (ingehouden winst)
- **Vreemd Vermogen:** Geld van externe financiers
  - Langetermijnleningen (bank)
  - Korttermijnschulden (leveranciers, belastingen)

Figuur 22: Voorbeeld van een Balans

Hoe meer is liquidit is hoe makkelijker je eraan kunt komen. Lange termijnvorderingen zijn moeilijker om aan te komen als korte termijnvorderingen.

Hoe meer open openbaar het is hoe meer mensen er aan kunnen komen.

ACTIVA	Toel.	Codes	Boekjaar	Vorig boekjaar
OPRICHTINGSKOSTEN	6.1	20		
VASTE ACTIVA		21/28	6.045.366.616	6.349.418.087
Immateriële vaste activa	6.2	21	2.078.796.871	2.388.781.287
Materiële vaste activa	6.3	22/27	2.674.606.186	2.716.226.861
Terreinen en gebouwen		22	102.009.779	111.013.223
Installaties, machines en uitrusting		23	2.534.958.612	2.573.508.155
Meubilair en rollend materieel		24	10.927.607	14.168.846
Leasing en soortgelijke rechten		25	259.251	198.877
Overige materiële vaste activa		26	14.550.937	17.337.760
Activa in aanbouw en vooruitbetalingen		27	11.900.000	
Financiële vaste activa	6.4 / 6.5.1	28	1.291.963.559	1.244.409.939
Verbonden ondernemingen	6.15	280/1	1.285.742.999	1.238.111.531
Deelnemingen		280	1.285.742.999	1.238.111.531
Vorderingen		281		
Ondernemingen waarmee een deelnemingsverhouding bestaat	6.15	282/3	3.925.493	3.925.594
Deelnemingen		282	3.925.493	3.925.594
Vorderingen		283		
Andere financiële vaste activa		284/8	2.295.067	2.372.814
Aandelen		284		
Vorderingen en borgtochten in contanten		285/8	2.295.067	2.372.814

proximus

	Toel.	Codes	Boekjaar	Vorig boekjaar
VLOTTENDE ACTIVA		29/58	1.187.339.523	1.425.566.670
Vorderingen op meer dan één jaar		29	89.013.383	89.013.383
Handelsvorderingen		290		
Overige vorderingen		291	89.013.383	89.013.383
Voorraden en bestellingen in uitvoering		3	92.897.862	118.809.580
Voorraden		30/36	77.149.075	97.136.523
Grond- en hulpstoffen		30/31	27.414.507	34.068.812
Goederen in bewerking		32		
Gereed product		33		
Handelsgoederen		34	49.734.568	63.067.711
Onroerende goederen bestemd voor verkoop		35		
Vooruitbetalingen		36		
Bestellingen in uitvoering		37	15.748.787	21.673.057
Vorderingen op ten hoogste één jaar		40/41	478.373.433	573.068.008
Handelsvorderingen		40	352.356.753	429.492.850
Overige vorderingen		41	126.016.680	143.575.158
Geldbeleggingen	6.5.1 / 6.6	50/53	357.919.416	398.631.626
Eigen aandelen		50	248.582.117	383.947.044
Overige beleggingen		51/53	109.337.299	14.684.582
Liquide middelen		54/58	114.010.043	183.259.831
Overlopende rekeningen	6.6	490/1	55.125.386	62.784.242
TOTAAL VAN DE ACTIVA		20/58	7.232.706.139	7.774.984.757

Figuur 23: Voorbeeld van een jaarrekening van Proximus

5.1 De balans

De balans is een **momentopname** van de financiële positie van een bedrijf op een specifiek moment (meestal aan het einde van een jaar).

Balansformule:

$$\textbf{Activa} = \textbf{Passiva}$$

Dit betekent: Wat een bedrijf bezit (activa) is gelijk aan waar het geld vandaan komt (passiva).

Voorbeeld transacties:

- **Je neemt een lening van €10.000:** Bankrekening (activa) +€10.000 / Schuld (passiva) +€10.000
- **Je koopt een machine voor €5.000:** Machine (activa) +€5.000 / Bankrekening (activa) -€5.000 (balans blijft gelijk)
- **Je maakt €2.000 winst:** Bankrekening (activa) +€2.000 / Eigen vermogen (passiva) +€2.000

5.2 Resultatenrekening

De resultatenrekening is een film. Je neemt op tussen twee periodes. Meestal een jaar. Je kijkt naar alle inkomsten en uitgaven tussendoor en je bekijkt het verschil. Je **startkapitaal** maakt dan winst of verlies.

De resultaat rekening wordt opgedeeld in 3 delen:

- **Bedrijfsresultaat:** Dit is de winst of verlies uit de kernactiviteiten van het bedrijf.
- **Financieel resultaat:** Dit omvat rente-inkomsten en -kosten, evenals andere financiële opbrengsten en lasten.

- **Uitzonderlijk resultaat:** Dit zijn eenmalige gebeurtenissen zoals een ongeluk of brand die elk jaar gebeuren.

Als je wilt kijken naar hoe het bedrijf het doet. Kijk je naar het **Bedrijfsresultaat**.

Toelichting Toelichtingen zijn extra notities bij de balans en resultatenrekening. Ze geven meer details over specifieke posten, zoals waarderingsmethoden, risico's, en andere relevante informatie die niet direct in de cijfers zichtbaar is. Bijvoorbeeld een grondstof contract die een bedrijf elke 4 jaar betaald.

Types jaarrekeningen: Jaarrekeningen zijn verplicht voor bedrijven en organisaties om hun financiële prestaties en positie te rapporteren.

- enkelvoudige jaarrekening: Dit is voor kleine bedrijven.
- geconsolideerde jaarrekening: Dit is voor grote bedrijven met meerdere dochterondernemingen.

Elk land heeft een eigen standaard voor jaarrekeningen. De BE GAAP is de Belgische standaard. Internationaal is er IFRS (International Financial Reporting Standards).

Grootste verschillen tussen Belgische GAAP and IFRS

	BE GAAP	versus	IFRS
- Drijver	Fiscaal	<->	Economisch
- Lay out	Vast	<->	Niet standaard
- Overzicht van kasstromen	N/A	<->	Verplicht
- Overzicht van het eigen vermogen	N/A	<->	Verplicht
- Segmentrapportering	N/A	<->	Verplicht
- Toelichtingen	Beperkt	<->	Uitgebreid
- Presentatie resultatenrekening	Naar aard	<->	Naar bestemming

Figuur 24: Structuur van een jaarrekening

Jaarverslag: Een verslag over de onderneming met commentaar over de jaarrekening. Risico, continuiteit, toekomstplannen etc. Als een bedrijf op de beurs staat moet die nog een beursgenoteerde ondermingverslag maken. Dit heeft nog meer informatie, meer niet-financiële informatie.

Commissarisverslag: Als een auditor gaat zijn opinie geven over de jaarrekening. Ze controlleren de jaarrekening of dit weldegelijk klopt met het bedrijft. Bedrijven kunnen liegen waarbij ze inkomsten gaan vergroten of kosten verlagen. De auditor gaat dit controleren en een verslag maken. Dat is de **commissarisverslag**.

5.3 Analyse van de jaarrekening

Jaarrekeningen worden opgesteld volgens de boekhoudkundige principes zoals eerder vermeld. Een bedrijf wordt nooit verkockt aan de boekhoudende waarde. Meestal zijn dit veel hogere waarden.

Dit komt omdat bedrijven verkocht worden op basis van hun winstgevendheid en groeipotentieel,

opinie en reputatie... Een jaarrekening geef alleen zicht op het verleden
Om de jaarrekeningen te analyseren ga je een financiële analyse doen.

5.4 Types van financiele analyse:

Horizontale analyse: Vergelijkt cijfers over meerdere jaren om trends te identificeren.

Verticale analyse: Analyseert de verhouding van elk item ten opzichte van een basispost binnen hetzelfde jaar.

Ratio-analyse: Berekenen van financiële ratio's om de prestaties en gezondheid van het bedrijf te beoordelen.

Er zijn er meer maar in de cursus zien we deze drie

Een ratio opzich heeft geen waarde. Je moet zien waar je de ratio mee vergelijkt.

5.5 Horizontale analyse

Je maakt een vergelijking van twee periodes. Je kunt dit doen in percentages (groei van omzet) of in absolute waarden (verschil in winst).

Voorbeeld: Horizontale analyse van balansposten

Balanspost	**Jaar 1**	**Jaar 2**	**Absolute Wijziging**	**Percentage %**
Vaste activa	€100.000	€120.000	+€20.000	+20%
Voorraden	€50.000	€55.000	+€5.000	+10%
Vorderingen	€30.000	€42.000	+€12.000	+40%
Bankrekening	€20.000	€18.000	-€2.000	-10%
TOTAAL ACTIVA	**€200.000**	**€235.000**	**+€35.000**	**+17.5%**

Tabel 8: Voorbeeld Horizontale Analyse

Formules:

- **Absolute wijziging:** Jaar 2 - Jaar 1
- **Percentage wijziging:** $\frac{\text{Jaar 2} - \text{Jaar 1}}{\text{Jaar 1}} \times 100\%$

Interpretatie:

- Vaste activa zijn met 20% gestegen → bedrijf investeert in uitbreiding
- Vorderingen zijn met 40% gestegen → klanten betalen trager (voorzichtig zijn!)
- Bankrekening daalt → contante middelen nemen af (liquiditeit risico)
- Totale activa groeit met 17.5% → bedrijf groeit

5.6 Verticale analyse

Je gaat verschillende delen opdelen in zijn verschillende delen zoals de activa, de passiva, de omzet...

Totale activa = 100%		Totale passiva = 100%	
Materiële vaste activa	48%	Kapitaal en reserves	23%
Financiële vaste activa	8%	Voorzieningen	6%
Voorraden	25%	Lange termijnschulden	18%
Korte termijnvorderingen	7%	Korte termijnschulden	53%
Liquide middelen	12%		

Resultatenrekening	
Omzet	100%
Productiekosten	-70%
Bruto-marge	*30%*
Personeelskosten	-7%
Overige kosten	-12%
Resultaat voor belastingen	*11%*
Belastingen	-3%
Netto resultaat	*8%*

Figuur 25: Voorbeeld van een verticale analyse

Je kunt dan deze analyses combineren

Jaar eindigend op 31/12	2011	2010	2009	2008	2007	2006	2005	2004	2003
Omzet	508	463	400	351	303	272	254	214	202
Aankopen	244	223	196	195	174	159	151	132	125
Bruto marge	*264*	*240*	*204*	*156*	*129*	*113*	*102*	*82*	*77*
Bruto marge %	**52**	**52**	**51**	**44**	**43**	**41**	**40**	**38**	**38**
Operationele kosten	188	172	146	103	91	87	80	69	66
Operationele winst	*76*	*68*	*58*	*53*	*37*	*26*	*23*	*13*	*11*
Operationele winst %	**15**	**15**	**15**	**15**	**13**	**9**	**9**	**6**	**5**

- Omzet maal 2,5
- Bruto marge maal 3,4
- Operationele winst maal 7

Maar !
- Bruto marge (in %) lijkt zich te stabiliseren
- Operationele winst (in %) groeit al 4 jaar niet meer

Hoeveel groeimarge heeft dit bedrijf nog in de komende jaren ?
- Internationale expansie om de groei te blijven realiseren ?
- Diversificatie in de activiteiten om de marges terug te doen groeien ?

Figuur 26: Combinatie van horizontale en verticale analyse

5.7 Ratio-analyse

Door Ratio analyse te doen over meerdere jaarrekeningen kun je de gezondheid van een bedrijf beoordelen.

Financiele ratio's:
- **Liquiditeit:** Je gaat kijken naar je het geld. Hoeveel geld heeft het bedrijf.
- **Solvabiliteit:** Je gaat kijken naar de schulden. Hoeveel schulden heeft het bedrijf en de mogelijkheid om die terug te betalen.
- **Rotatie:** De efficiëntie van de activa.

Liquiditeitsratio's: Deze ratio toont hoe goed de korte termijn schulden kunnen worden betaald door korte termijn activa (Cash, kash door korte termijn vorderingen).

liquiditeit current ratio:

$$\frac{Kortetermijnactiva + Cash, voorrade}{Kortetermijnschulden}$$

Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen.

De acid test neemt de voorraden niet mee. Het is dus een strengere test.

liquiditeit acid test:

$$\frac{Kortetermijnactiva + Cash}{Kortetermijnschulden}$$

Als de ratio groter is dan 1 kan het bedrijf zijn korte termijn schulden betalen zonder voorraden te verkopen.

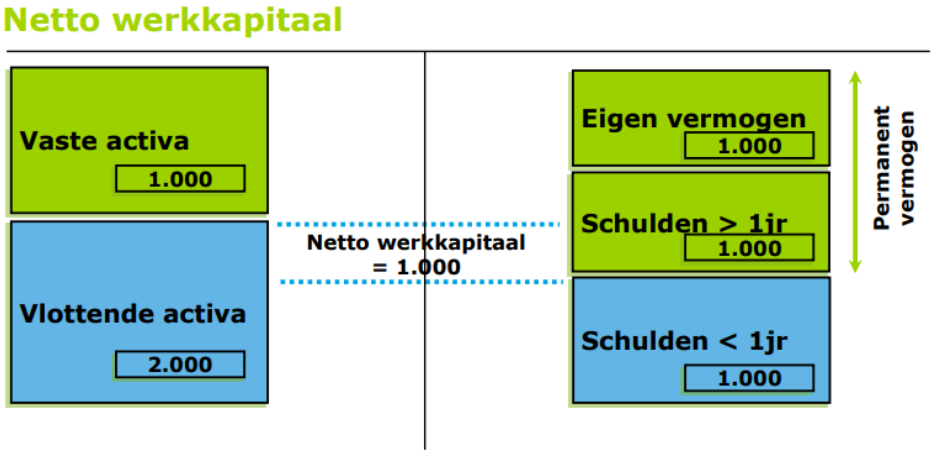
Netto werkkapitaal: Netto werkkapitaal is een andere manier om te zien of het liquide goed zit in een bedrijft.

Netto werkkapitaal:

$$Nettowerkkapitaal = Vlottendeactiva - Kortlopendeschulden$$

Het netto werkkapitaal geeft aan hoeveel liquide middelen een bedrijf heeft om zijn dagelijkse activiteiten te financieren. Een positief netto werkkapitaal betekent dat het bedrijf voldoende middelen heeft om aan zijn kortlopende verplichtingen te voldoen, terwijl een negatief netto werkkapitaal kan wijzen op mogelijke liquiditeitsproblemen.

Vlottende activa: Dit zijn activa die binnen een jaar in cash kunnen worden omgezet. Dit omvat kasgeld, voorraden, en vorderingen.
Kortlopende schulden: Dit zijn schulden die in minder dan een jaar moeten worden terugbetaald.



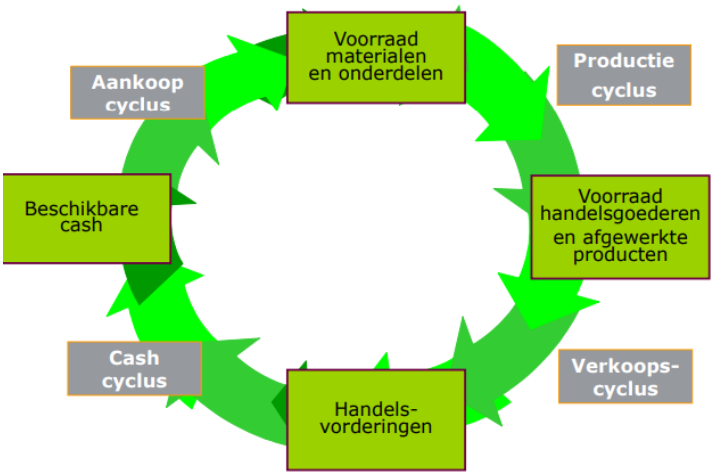
Figuur 27: Netto werkkapitaal illustratie

Een positief netto werkkapitaal is het eerste teken van een gezond bedrijf.

Behoefte aan werkkapitaal:
Dit is een cyclus. Je koopt grondstoffen -> je produceert -> je verkoopt producten -> je

krijgt geld van klanten. -> Je koopt weer grondstoffen.

Deze cyclus kan meerdere maanden duren omdat je niet direct grondstoffen kunt kopen, produceren en verkopen. Cash out is wanneer je grondstoffen koopt. Cash in is wanneer je geld krijgt van klanten.
Je moet dus genoeg Netto werkkapitaal hebben zodat je niet moet zitten wachten op klanten om geld te krijgen.
Nettokapitaal > Behoefte aan werkkapitaal Je kunt dan met het extra kapitaal investeren. Kaskortingen opnemen, vooruitbetalen aan leveranciers etc. **Nettokapitaal < Behoefte aan werkkapitaal** Je gaat leningen moet aangaan om het finanicieel tekort te dekken.



Figuur 28: Werkkapitaalcyclus

efficiëntieratio's: Hoe snel roteren mijn voorraden, handelsvoorraden, handelsschulden ...

Zo kun je een zo groot mogelijk rendement halen uit je middelen.

Voorraadrotatie:

$$Voorraadrotatieindagen = \frac{Gemiddeldeinventaris}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$$

Hoe sneller je voorraden roteren hoe beter. Je hebt minder opslagkosten.

Klantenrotatie:

$$Klantenrotatieindagen = \frac{handelsvorderingen}{Omzet} \cdot 365$$

Hoe sneller je klanten betalen hoe beter. Je krijgt sneller je cash binnen die je terug kunt gebruiken

Leveranciersrotatie:

$$Leveranciersrotatieindagen = \frac{Handelsschulden}{Kostenvanaankopen} \cdot 365$$

Hoe langer je kunt wachten met betalen hoe beter. Je houdt langer je cash.

solvabiliteitratio's: **Solvabiliteit**:

Je hebt verschillende soorten vermogens

- **Eigen vermogen:** Geld van eigenaren/aandeelhouders
- **Vreemd vermogen:** Geld van externe financiers zoals banken, kan door leningen of obligaties.
- **Totaal vermogen:** Eigen vermogen + Vreemd vermogen

De solvabiliteit ratio is hoeveel de onderneming zijn schuld kan terugbetalen met zijn eigen vermogen.

- **Dekkingsratio's**

Interstdekkingsratio:

$$interestdekkingsratio = \frac{Operationeelresultaat}{interestkosten}$$

Operationeel resultaat is de winst voor interest en belastingen (EBIT). Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn rentelasten kan betalen met zijn operationele winst. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Een ratio lager dan 1 (dit betekend dat je winst lager is dan de intrest op je schulden) is niet altijd slecht omdat afschrijvingen en niet-kaskosten de winst kunnen verlagen.

Operationele kassstroom versus schuld:

$$Operationelekassstroomversusschuld = \frac{Operationeleresultaat}{Totaleschuld}$$

Deze ratio meet hoe goed een bedrijf zijn totale schulden kan aflossen met zijn operationele kasstroom. Je wilt dat deze zo hoog mogelijk is. Deze is meestal lager dan 1 omdat schulden vaak groter zijn dan de jaarlijkse kasstroom. Een heel lage ratio kan wijzen op mogelijke problemen bij het aflossen van schulden.

- **Schuld en solvabiliteitsratio's** Deze ratio toont hoe veel van het bedrijf gefinancierd is met schulden versus eigen vermogen.

Schuldratio:

$$Schuldratio = \frac{Totaleschuld}{Totaleactiva} = \frac{Totaleschuld}{Totaleschuld + Eigenvermogen}$$

Deze ratio meet het aandeel van vreemd vermogen in de totale financiering van een bedrijf. Hoe lager hoe beter omdat het bedrijf dan minder afhankelijk is van schulden. Grotere waarden zijn een groter risico.

Je kunt deze fractie ook maken met het vermogen. Dit is zeer vergelijkbaar Het verschil is dat je dan kijkt naar het totaal eigen vermogen in plaats van totale activa. Hoe hoger hoe meer risico.

Schuld/eigenvermogen ratio:

$$Schuld/eigenvermogenratio = \frac{Schuld}{Eigenvermogen}$$

- **Gearing ratio**: dit gaat nog reking houden met de cash postitie. Dit is het meest relevante. Hoe hoger de ratio hoe meer risico.

Gearing ratio:

$$Gearingratio = \frac{TotaleSchuld - Liquidemiddelen(Cash)}{Eigenvermogen}$$

Hoeveel van de finaniele activeiten worden gefinancierd met schulden. Hoe hoger hoe meer risico.

Rentabiliteitsratio's: Als laatste is de rendabiliteitsratio. Dit is hoe winstgevend een bedrijf is.

- **Bruto winstmarge**

Bruto winstmarge:

$$Brutowinstmarge = \frac{Bedrijfsresultaat(geenkaskosten)}{Operationelekosten}$$

Het bedrijfsresultaat is je winst uit operaties. Niet uit financiele opbrengensten. Belegginen, afschrijven tellen niet mee. De operationele kosten is gewoon de omzet. Hoe hoger hoe meer winst uit de kernoperaties komt.

- **Nettowinstmarge**

Nettowinstmarge:

$$Nettowinstmarge = \frac{Resulaatvanhetboekjaar = Winst}{Omzet}$$

Het resultaat van het boekjaar zijn alle opbrengsten. Hier heb je wel de afschrijvingen, belegginen wel in rekening genomen. Het is daarom minder interessant.

- **Rentabiliteit van het eigenvermogen (ROE)**

Rentabiliteit van het eigenvermogen:

$$Rentabiliteitvanheteigenvermogen = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Eigenvermogen}$$

Het heeft het rendement van een investering weer. Hoe presteren je investeringen? Hoeveel % van mijn investering krijg ik extra terug.

- **Rentabiliteit van het totaal vermogen (ROA)**

Rentabiliteit van de activa:

$$Rentabiliteitvandeactiva = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Totaalactiva}$$

Dit is net zoals de ratio hierboven maar nu met de activa. Dus hoeveel winst maak ik afhankelijk van de machines, gebouwen etc. Die ik bezit. Hoe hoger hoe beter

- **Winst per aandeel (EPS)**

Winst per aandeel:

$$Winstperaandeel = \frac{Resultaatvanhetboekjaar}{Gemiddeldaantaluitstaandeaandelen}$$

Hoeveel winst krijg ik uit mijn aandelen. Dit is belangrijk voor investeerders.

- **Koers-winstratio**:

Koers-winstratio:

$$Koers - winstratio = \frac{Marktprijsperaandeel}{Winstperaandeel}$$

Dit is hoe de markt mijn aandelen waardeert. Een hoge ratio betekent dat beleggers verwachten dat het bedrijf in de toekomst zal groeien. Een lage ratio kan wijzen op een ondergewaardeerd aandeel of zorgen over de toekomst van het bedrijf.

EXAMENTIP: *Deze ratio's moet je NIET allemaal uit je hoofd kennen. Deze staan op het formularium. Zorg wel dat je al deze ratio's kent en weet wat ze inhouden.*

EXAMENTIP: *Op het examen kun je een casestudy krijgen. Jij moet dan argumentere waarom je een bepaalde ratio krijgt Er is geen één juist antwoord maar je moet je antwoord goed kunnen argumenteren.*

Bruto toegevoegde waarde (BTV): Dit is de toevoeging die wordt gedaan door de onderneming zelf. Je gaat uiteindelijk je productn verkopen aan een hogere prijs dan je grondstof . Dit is de Bruto toegevoegde waarde.

$$\frac{BTV}{omzet}$$

Dit zegt dus hoeveel doen we? Hoeveel geld voegen we bij met ons werk. Als deze laag is, is de productiviteit laag.

$$\frac{BTV}{werknemer}$$

Hoe productief is elke werknemer. Hoe hoger hoe productieve de werknemers zijn.

Fit-O-meter:

	Winstgevendheid	
Liquiditeit	**Winst**	**Verlies**
> 1	**Gezond**	**Structureel ziek**
< 1	**Tijdelijk ziek**	**Nakend faillissement**

Figuur 29

Als de liquiditeitsratio (Eigen vermogen / Vreemd vermogen) en de winstgevendheid (hoeveel winst je maakt) hoog zijn, is het bedrijf fit.

Als je verlies maakt maar je hebt veel geld, is het bedrijf structuureel ziek. Je gaat vanaf een punt al je liquide middelen opmaken. Als je weinig geld hebt maar wel winst maakt, is het bedrijf tijdelijk ziek. Je hebt dan tijdelijk een cash probleem maar je maakt wel winst. Als je weinig geld hebt en verlies maakt, is het bedrijf acuut ziek en naderend failliet.

5.8 Conclusie

Het is belangrijk om meerdere ratio's te gebruiken om een volledig beeld te krijgen van de financiële gezondheid van een bedrijf.

5.9 Termenlijst Module 5

5.9.1 Basisdocumenten

Balans Momentopname van wat bedrijf bezit (activa) en hoe dit gefinancierd is (passiva)

Resultatenrekening Overzicht van inkomsten en uitgaven over een periode (video van winst/verlies)

Toelichting Extra notities bij balans met details over waarderingsmethoden en risico's

5.9.2 Activa (Bezittingen)

Vaste activa Langetermijn investeringen (gebouwen, machines, patenten)

Vlottende activa Kortetermijn bezittingen die binnen 1 jaar in cash omgezet worden (voorraden, vorderingen, bank)

Immateriële activa Niet-fysieke bezittingen (patenten, licenties, merkrechten)

Vorderingen Geld dat klanten nog schuldig zijn

5.9.3 Passiva (Financiering)

Eigen vermogen Geld van eigenaren/aandeelhouders (inbreng + ingehouden winst)

Vreemd vermogen Geld van externe financiers (leningen, schulden aan leveranciers)

Kortlopende schulden Schulden die binnen 1 jaar terugbetaald moeten worden

Langlopende schulden Schulden met looptijd langer dan 1 jaar

5.9.4 Resultatenrekening

Bedrijfsresultaat Winst uit kernactiviteiten van het bedrijf (operationeel resultaat)

Operationeel resultaat Winst voor interest en belastingen (EBIT - Earnings Before Interest and Taxes)

Financieel resultaat Rente-inkomsten/-kosten, plus andere financiële opbrengsten/lasten

Uitzonderlijk resultaat Eenmalige gebeurtenissen (brand, verkoop divisie, herstructurering)

Resultaat van het boekjaar Netto winst na alle kosten, belastingen en opbrengsten

5.9.5 Standaarden & Verslagen

BE GAAP Belgische boekhoudstandaard (Generally Accepted Accounting Principles)

IFRS Internationale boekhoudstandaard (International Financial Reporting Standards)

Jaarverslag Commentaar over jaarrekening met risico's, continuïteit en toekomstplannen

Commissarisverslag Auditorverslag waarin accountant opinie geeft over betrouwbaarheid jaarrekening

5.9.6 Analysetypes

Horizontale analyse Vergelijking cijfers over meerdere jaren om trends te zien

Verticale analyse Analyse verhoudingen binnen hetzelfde jaar (elk item t.o.v. totaal)

Ratio-analyse Berekenen van financiële ratio's om prestaties en gezondheid te beoordelen

5.9.7 Liquiditeit

Liquiditeit Vermogen om korte termijn schulden te betalen met beschikbare middelen

Current ratio Vlottende activa / Kortlopende schulden (moet > 1 zijn)

Acid test (Vlottende activa - Voorraden) / Kortlopende schulden (strenger dan current ratio)

Netto werkkapitaal Vlottende activa - Kortlopende schulden (moet positief zijn)

Behoefte aan werkkapitaal Kapitaal nodig voor dagelijkse cyclus (inkoop $\rightarrow$ productie $\rightarrow$ verkoop $\rightarrow$ betaling)

5.9.8 Solvabiliteit

Solvabiliteit Vermogen om alle schulden (kort + lang) op lange termijn terug te betalen

Interestdekkingsratio Operationeel resultaat / Interestkosten (meet of bedrijf rente kan betalen)

Schuldratio Totale schuld / Totale activa (aandeel vreemd vermogen in financiering)

Gearing ratio (Totale schuld - Cash) / Eigen vermogen (meet financieel risico)

5.9.9 Efficiëntie (Rotatie)

Voorraadrotatie Snelheid waarmee voorraad wordt vervangen (in dagen)

Klantenrotatie Snelheid waarmee klanten betalen (in dagen)

Leveranciersrotatie Tijd die bedrijf neemt om leveranciers te betalen (in dagen)

5.9.10 Rentabiliteit

Bruto winstmarge Bedrijfsresultaat / Omzet (winstgevendheid kernactiviteiten)

Nettowinstmarge Resultaat boekjaar / Omzet (totale winstgevendheid na alle kosten)

ROE Return on Equity: Resultaat boekjaar / Eigen vermogen (rendement aandeelhouders)

ROA Return on Assets: Resultaat boekjaar / Totale activa (efficiëntie activagebruik)

EPS Earnings Per Share: Winst per aandeel

Koers-winstratio Marktprijs aandeel / Winst per aandeel (waardering door markt)

5.9.11 Overige belangrijke termen

BTV Bruto Toegevoegde Waarde: waarde die onderneming toevoegt aan grondstoffen

EBIT Earnings Before Interest and Taxes (zie Operationeel resultaat)

Operationele kasstroom Geld gegenereerd uit normale bedrijfsactiviteiten

Liquide middelen Cash en direct beschikbare geldmiddelen

Handelsvorderingen Geld dat klanten verschuldigd zijn voor geleverde producten/diensten

Handelsschulden Geld dat bedrijf verschuldigd is aan leveranciers

6 Examenvragen

Lineair Programmeren — De Ambachtelijke Werkplaats

De Situatie

Een werkplaats maakt twee houten figuren: **Ridders** (x_1) en **Locomotiefjes** (x_2). De eigenaar wil zijn wekelijkse winst maximaliseren.
Gegevens:
Financieel (per stuk):

Product	Verkoopprijs	Totale Kosten
Ridder	€27	€10 (materiaal) + €14 (arbeid/overhead) = €24
Locomotief	€21	€9 (materiaal) + €10 (arbeid/overhead) = €19

Productietijd (per stuk):

Product	Afwerking (uur)	Houtbewerking (uur)
Ridder	2	1
Locomotief	1	1

Capaciteit (per week):
- Afwerkingsatelier: Maximaal **100 uur**
- Houtbewerking: Maximaal **80 uur**

Marktvraag:
- Er kunnen maximaal **40 ridders** per week verkocht worden
- Locomotieven zijn **onbegrensd**

Jouw Taak

1. Bepaal de **winstmarge per product** (dit is je doelfunctie coëfficiënt)
2. Schrijf het **wiskundig model** op (Doelfunctie + Beperkingen)

(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)
UITGEWERKTE OPLOSSING
Stap 1: Winstmarges Berekenen
Voor Ridders (x_1):
Winstmarge = €27 - (€10 + €14) = €27 - €24 = **€3 per ridder**
Voor Locomotieven (x_2):
Winstmarge = €21 - (€9 + €10) = €21 - €19 = **€2 per locomotief**
Stap 2: Wiskundig Model

Beslissingsvariabelen:

$$x_1 = \text{aantal ridders per week}$$
$$x_2 = \text{aantal locomotieven per week}$$

Doelfunctie (Winst maximaliseren):

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

Beperkingen:

$$2x_1 + x_2 \leq 100 \quad \text{(Afwerkingscapaciteit)} \tag{1}$$
$$x_1 + x_2 \leq 80 \quad \text{(Houtbewerkingscapaciteit)} \tag{2}$$
$$x_1 \leq 40 \quad \text{(Marktvraag Ridders)} \tag{3}$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{(Niet-negativiteit)} \tag{4}$$

Stap 3: Standaardvorm voor Simplex
We voegen slackvariabelen toe:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + s_1 &= 100 \\ x_1 + x_2 + s_2 &= 80 \\ x_1 + s_3 &= 40 \\ Z - 3x_1 - 2x_2 &= 0 \end{aligned}$$

waar $s_1, s_2, s_3 \geq 0$ slackvariabelen zijn.
Stap 4: Simplex-Tabel
Initiële Simplex-Tabel (Iteratie 0):

Basis	**Z**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	**RHS**
Z	1	-3	-2	0	0	0	0
s_1	0	2	1	1	0	0	100
s_2	0	1	1	0	1	0	80
s_3	0	1	0	0	0	1	40

Analyse:

- **Enterende variabele:** x_1 (meeste negatieve coëfficiënt in Z-rij: -3)
- **Verhouding-test (Minimum Ratio Test):**

$$\begin{aligned} \text{Rij } s_1 \text{ (R2)}: &\quad \frac{100}{2} = 50 \\ \text{Rij } s_2 \text{ (R3)}: &\quad \frac{80}{1} = 80 \\ \text{Rij } s_3 \text{ (R4)}: &\quad \frac{40}{1} = 40 \quad \leftarrow \textbf{minimum} \end{aligned}$$

- **Verlatende variabele:** s_3 (rij met kleinste ratio)
- **Pivot-element:** 1 (in rij R4, kolom x_1)

Rij-operaties:

$$\begin{aligned} \text{R1} &= \text{R1} + 3\text{R4} \\ \text{R2} &= \text{R2} - 2\text{R4} \\ \text{R3} &= \text{R3} - \text{R4} \end{aligned}$$

Simplex-Tabel Iteratie 1:

Basis	**Z**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	**RHS**
Z	1	0	-2	0	0	3	120
s_1	0	0	1	1	0	-2	20
s_2	0	0	1	0	1	-1	40
x_1	0	1	0	0	0	1	40

Analyse:

- **Enterende variabele:** x_2 (meeste negatieve coëfficiënt in Z-rij: -2)
- **Verhouding-test:**

$$\text{Rij } s_1 \text{ (R2)}: \quad \frac{20}{1} = 20 \quad \leftarrow \textbf{minimum}$$
$$\text{Rij } s_2 \text{ (R3)}: \quad \frac{40}{1} = 40$$

- **Verlatende variabele:** s_1
- **Pivot-element:** 1 (in rij R2, kolom x_2)

Rij-operaties (Uitgewerkt):

Voor R1 (Z-rij): R1 = R1 + 2R2

- RHS: $120 + 2(20) = 160$
- Coëff. van s_1: $0 + 2(1) = 2$
- Coëff. van x_2: $-2 + 2(1) = 0$

Voor R3: R3 = R3 - R2

- RHS: $40 - 20 = 20$
- Coëff. van s_1: $0 - 1 = -1$
- Coëff. van x_2: $1 - 1 = 0$

Nog één pivot nodig (om naar het echte optimum te gaan): In de Z-rij staat bij s_3 nog een negatieve coëfficiënt (-1), dus s_3 wordt de **enterende variabele**.

Pivot-keuze:

- Enterend: s_3 (want -1 in Z-rij)
- Ratio-test in kolom s_3 (alleen positieve coëfficiënten tellen mee):

$$\text{R3: } \frac{20}{1} = 20$$
$$\text{R4: } \frac{40}{1} = 40$$

- Verlatend: s_2 (R3)

Rij-operaties (simpel):

$$\text{R1} = \text{R1} + \text{R3}$$
$$\text{R2} = \text{R2} + 2\text{R3}$$
$$\text{R4} = \text{R4} - \text{R3}$$

Simplex-Tabel Iteratie 2 (OPTIMAAL):

Basis	**Z**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	**RHS**
Z	1	0	0	1	1	0	180
x_2	0	0	1	-1	2	0	60
s_3	0	0	0	-1	1	1	20
x_1	0	1	0	1	-1	0	20

Optimaliteitscriterium:

- Alle coëfficiënten in de Z-rij zijn **niet-negatief**
- **Het optimum is bereikt!**

Stap 5: Oplesen van Slack Variables

Bij het optimale punt (uit de finaal tabel):

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 20 \text{ ridders} \\
x_2 &= 60 \text{ locomotieven} \\
s_1 &= 0 \text{ uur (afwerking volledig bezet)} \\
s_2 &= 0 \text{ uur (houtbewerking volledig bezet)} \\
s_3 &= 20 \text{ ridders (nog 20 meer kunnen gemaakt worden)} \\
Z &= 180 \text{ euro (maximale winst)}
\end{aligned}
$$

FINAAL ANTWOORD

Optimale Productie:

- Produceer **20 ridders** per week
- Produceer **60 locomotieven** per week
- **Maximale wekelijkse winst: €180**

Capaciteitsgebruik:

- Afwerking: 100% bezet (2(20) + 60 = 100 uur)
- Houtbewerking: 100% bezet (20 + 60 = 80 uur)
- Marktvraag ridders: Slechts 20 van de 40 mogelijk verkocht

Interpretatie: Hoewel ridders een hogere winstmarge hebben (€3 vs €2), zijn locomotieven efficiënter in termen van arbeidsuren per euro winst. De twee botlenecks zijn afwerking en houtbewerking, beide volledig bezet.

Investeringsanalyse — De Astrazenetech Case

De Situatie

Een farmaceutisch bedrijf twijfelt: moeten ze hun oude verpakkingsmachine houden of vervangen door een nieuwe computergestuurde machine?

De Gegevens

Oude Machine:

- Nog 10 jaar bruikbaar
- Geen afschrijvingen meer
- Huidige loonkosten inpakkers: €250.000/jaar (stijgt 5% per jaar)
- Reparatiekosten: €125.000/jaar (stijgt 3% per jaar)
- Onderhoudskosten: €125.000/jaar (stijgt 4% per jaar)

Nieuwe Machine:

- Investering: €1.500.000
- Levensduur: 10 jaar (lineair afschrijven naar 0)
- Extra werkkapitaal nodig: €10.000 (krijg je terug aan het einde)
- Nieuwe loonkosten: €30.000/jaar (stijgt 5% per jaar)
- Nieuw onderhoud: €50.000/jaar (stijgt 4% per jaar)
- Nieuwe reparatie: €35.000/jaar (stijgt 3% per jaar)

Financieel:

- Belastingtarief: 39%
- Discontovoet (eisen rendement): 12%

Jouw Taak

Dit is een typisch **vervangingsprobleem**: werk met het **verschil in kasstroom (cash-flow)** tussen *nieuw* en *oud*.

1. Wat is de initiële uitgave op tijdstip 0?
2. Wat is de jaarlijkse besparing (of verlies) in **operationele kosten** in jaar 1?

(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)

UITGEWERKTE OPLOSSING

Bij een vervangingsprobleem kijken we naar de **inkrementele kasstromen**: wat verandert er ten opzichte van de huidige situatie?

Stap 1: Initiële uitgave op tijdstip t=0

Dit is het geld dat nu de deur uit moet om het project te starten.

Component (t=0)	**Kasstroom**
Investering nieuwe machine	-€1.500.000
Extra werkkapitaal	-€10.000
Verkoop oude machine	€0
Totale initiële uitgave	**-€1.510.000**

Opmerking: Het werkkapitaal is een uitgave op t=0, ook al krijg je het aan het einde van de 10 jaar terug. Er is geen verkoopwaarde van de oude machine gegeven, dus die wordt als €0 verondersteld.

Stap 2: Jaarlijkse besparing in operationele kosten (Jaar 1)

Hier vergelijken we de kosten van de **Oude Machine** (als we die zouden houden) met de **Nieuwe Machine**.
Let op: De kosten stijgen per jaar, dus we moeten de inflatiepercentages toepassen voor Jaar 1!

A. Kosten Oude Machine (in Jaar 1):

Loon:	$250.000 \times 1{,}05 = €262.500$
Reparatie:	$125.000 \times 1{,}03 = 128.750$
Onderhoud:	$125.000 \times 1{,}04 = 130.000$
Totaal Oud:	**€521.250**

B. Kosten Nieuwe Machine (in Jaar 1):

Loon:	$30.000 \times 1{,}05 = €31.500$
Onderhoud:	$50.000 \times 1{,}04 = €52.000$
Reparatie:	$35.000 \times 1{,}03 = €36.050$
Totaal Nieuw:	**€119.550**

C. De Besparing (Vóór belasting): Besparing = $\text{Kosten}_{\text{Oud}}$ - $\text{Kosten}_{\text{Nieuw}}$

$$\text{Besparing} = 521.250 - 119.550 = \textbf{€401.700}$$

Antwoorden:
1. **Initiële uitgave (t=0): €1.510.000**
2. **Operationele besparing (jaar 1): €401.700**

Extra info voor volledige NCW berekening:
- Over deze besparing moet nog 39% belasting betaald worden
- Afschrijving nieuwe machine = €1.500.000/10 = €150.000/jaar
- Dit geeft een belastingvoordeel ("Tax Shield") van 39% × €150.000 = €58.500/jaar

Oefening 3: Kostprijscalculatie — Scooters (ABC)

De Situatie

Een bedrijf maakt twee scooters: **Model A** en **Model B**. De totale indirecte kosten zijn:
- Instelkosten: €10.000
- Werkkosten (machine + loon): €20.000
- Kwaliteitscontrole: €5.000
- **Totaal: €35.000**

Activiteiten per model

Activiteit	Model A	Model B
Instellen (aantal keer)	3	5
Werkuren (uren)	150	100
Kwaliteitscontroles (aantal)	30	20

Jouw Taak

Bereken de toegewezen kosten per model via **Activity Based Costing (ABC)**.

1. Bepaal de "cost driver"prijs per activiteit (bv. prijs per instelling)
2. Hoeveel kosten krijgt Model A toegewezen?

(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)

UITGEWERKTE OPLOSSING — Oefening 3

Bij **Activity Based Costing (ABC)** smeren we de indirecte kosten niet uit met een simpele verdeelsleutel (zoals aantal uren), maar kijken we naar wat de kosten veroorzaakt: de **cost drivers**.

Stap 1: Bepaal de cost-driver prijzen

Eerst berekenen we het totaal aantal activiteiten (drivers) voor beide modellen samen, en delen we de kostenpot daardoor.

Kostenpost	Totale Kost	Model A	Model B	Prijs per driver
Instelkosten	€10.000	3	5	€10.000 / 8 = **€1.250**
Werkkosten	€20.000	150 uur	100 uur	€20.000 / 250 = **€80/uur**
Kwaliteitscontrole	€5.000	30	20	€5.000 / 50 = **€100**

Berekeningen:

- Totaal aantal instellingen: 3 + 5 = 8 → Prijs = €10.000 / 8 = €1.250 per instelling
- Totaal aantal werkuren: 150 + 100 = 250 → Prijs = €20.000 / 250 = €80 per uur
- Totaal aantal controles: 30 + 20 = 50 → Prijs = €5.000 / 50 = €100 per controle

Stap 2: Toegewezen kosten aan Model A

Nu vermenigvuldigen we de activiteiten van Model A met de berekende tarieven:

Activiteit	Volume Model A	Prijs/driver	Toegewezen kost
Instellen	3	€1.250	€3.750
Werkuren	150	€80/uur	€12.000
Kwaliteitscontrole	30	€100	€3.000
		Totaal Model A:	**€18.750**

Berekening:

$$\begin{aligned} \text{Instellen:} &\quad 3 \times €1.250 = €3.750 \\ \text{Werkuren:} &\quad 150 \times €80 = €12.000 \\ \text{Kwaliteit:} &\quad 30 \times €100 = €3.000 \\ \hline \text{Totaal:} &\quad \mathbf{€18.750} \end{aligned}$$

Antwoorden:

1. **Cost-driver prijzen:**
   - Instelling: €1.250 per keer
   - Werkuur: €80 per uur
   - Kwaliteitscontrole: €100 per controle
2. **Toegewezen kosten Model A: €18.750**

Controle: Model B krijgt €35.000 - €18.750 = €16.250 toegewezen. Samen is dat €35.000 ✓

Oefening 4: Netto Huidige Waarde — De Nieuwe Verpakkingslijn

De Situatie

Jouw bedrijf overweegt te investeren in een nieuwe, geautomatiseerde verpakkingslijn. Jij moet als ingenieur de financiële haalbaarheid berekenen.

De Gegevens

- **Initiële Investering** (I_0): €150.000 (te betalen op t=0)
- **Jaarlijkse besparing**: De machine bespaart €40.000 per jaar aan arbeidskosten (netto kasstroom). Dit is een annuïteit gedurende de levensduur.
- **Looptijd** (n): 5 jaar
- **Restwaarde**: Na 5 jaar kan de machine als schroot verkocht worden voor €10.000 (eenmalige inkomst op t=5)
- **Actualisatievoet** (i): 8% (of 0,08)

De Vraag

Bereken de **Netto Huidige Waarde (NHW)** van deze investering. Is het een goede investering?

(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)

UITGEWERKTE OPLOSSING — Oefening 4

Om de NHW te berekenen, moeten we alle toekomstige geldstromen terugrekenen (**actualiseren**) naar vandaag (t=0) en de initiële investering ervan aftrekken.

De algemene formule voor NHW is:

$$\text{NHW} = \sum_{t=1}^{n} \frac{A_t}{(1+i)^t} - I_0$$

We splitsen dit op in drie delen:

Stap 1: Actualisatie van de jaarlijkse besparingen (Annuïteit)

De jaarlijkse besparing is een constante stroom van €40.000 gedurende 5 jaar. Hiervoor gebruiken we de **annuïteitenformule**:

$$\text{HW}_{\text{annuïteit}} = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right)$$

Waarbij:

- $A = 40.000$ (jaarlijkse besparing)
- $i = 0{,}08$ (discontovoet)
- $n = 5$ (aantal jaren)

Berekening:

$$\text{HW}_{\text{annuïteit}} = 40.000 \times \left(\frac{(1{,}08)^5 - 1}{0{,}08 \times (1{,}08)^5} \right)$$

Tussenstappen:

$$\begin{aligned} (1{,}08)^5 &\approx 1{,}4693 \\ \text{Teller:} \quad & 1{,}4693 - 1 = 0{,}4693 \\ \text{Noemer:} \quad & 0{,}08 \times 1{,}4693 = 0{,}1175 \\ \text{Annuïteitsfactor:} \quad & \frac{0{,}4693}{0{,}1175} \approx 3{,}9927 \end{aligned}$$

$$\text{HW}_{\text{annuïteit}} = 40.000 \times 3{,}9927 = \textbf{€159.708}$$

Stap 2: Actualisatie van de restwaarde (Eenmalig bedrag)

De restwaarde van €10.000 ontvangen we pas over 5 jaar. Dit moeten we actualiseren als een enkelvoudig bedrag:

$$\text{HW}_{\text{restwaarde}} = \frac{F_n}{(1+i)^n} = \frac{10.000}{(1{,}08)^5}$$

Berekening:

$$\text{HW}_{\text{restwaarde}} = \frac{10.000}{1{,}4693} \approx \textbf{€6.806}$$

Stap 3: Berekening van de Totale NHW

Nu tellen we alle inkomende waarden op en trekken de investering eraf:

$$\begin{aligned} \text{NHW} &= (\text{HW}_{\text{annuïteit}} + \text{HW}_{\text{restwaarde}}) - \text{Investering} \\ &= (€159.708 + €6.806) - €150.000 \\ &= €166.514 - €150.000 \\ &= \textbf{€16.514} \end{aligned}$$

Overzichtstabel

Component	**Huidige Waarde**
Jaarlijkse besparingen (5 jaar)	+ €159.708
Restwaarde (na 5 jaar)	+ €6.806
Initiële investering (t=0)	- €150.000
Netto Huidige Waarde (NHW)	**€16.514**

Conclusie

Beslissing:
De Netto Huidige Waarde is **positiv** (€16.514).
Volgens de investeringscriteria (**NHW > 0**) is dit een **goede investering**.
Het project levert meer op dan het geëiste rendement van 8%. Concreet: voor elke euro die we vandaag investeren, krijgen we (in termen van huidige waarde) €1,11 terug.

Investeringsregel:
- NHW > 0: Accepteer het project ✓
- NHW = 0: Indifferent (precies break-even)
- NHW < 0: Verwerp het project

Lineair Programmeren — Rylon Parfums

De Situatie

Rylon produceert twee basisparfums: **Regular Brute** en **Regular Chanelle**. Ze kunnen deze direct verkopen, OF verder verwerken tot **Luxury** varianten.

De Gegevens

Grondstoffen	1 kg kost €3, vereist 1 uur lab-tijd
Output per kg	3 dl Regular Brute + 4 dl Regular Chanelle

Verwerking naar Luxe (per dl):

Van → Naar	Extra lab-tijd	Extra kosten
Regular Brute → Luxury Brute	3 uur	€4
Regular Chanelle → Luxury Chanelle	2 uur	€4

Verkoopprijzen (per dl):

Product	Regular	Luxury
Brute	€7	€18
Chanelle	€6	€14

Capaciteit (per jaar):
- Maximaal 6.000 uur lab-tijd
- Maximaal 4.000 kg grondstoffen

Jouw Taak

1. Definieer de beslissingsvariabelen (Tip: 5 variabelen nodig!)
2. Stel de doelfunctie op (Maximaliseer Winst)
3. Stel alle beperkingen op (inclusief balansvergelijkingen)

(Denk na en scroll naar beneden voor de uitgewerkte oplossing)

UITGEWERKTE OPLOSSING — Oefening 5

Stap 1: Beslissingsvariabelen (5 stuks)

Variabele	Betekenis
x_1	Aantal kg grondstof aangekocht
x_2	Aantal dl Regular Brute verkocht
x_3	Aantal dl Luxury Brute verkocht
x_4	Aantal dl Regular Chanelle verkocht
x_5	Aantal dl Luxury Chanelle verkocht

Stap 2: Doelfunctie

Winst = Opbrengst - Kosten

$$\begin{array}{rl} \text{Opbrengst:} & 7x_2 + 18x_3 + 6x_4 + 14x_5 \\ \text{Kosten:} & 3x_1 + 4x_3 + 4x_5 \\ \hline \text{Max } Z = & -3x_1 + 7x_2 + 14x_3 + 6x_4 + 10x_5 \end{array}$$

Stap 3: Beperkingen

A. Resource Beperkingen:

$$x_1 \leq 4000 \quad \text{(Grondstoffen)} \tag{5}$$
$$x_1 + 3x_3 + 2x_5 \leq 6000 \quad \text{(Lab-tijd)} \tag{6}$$

B. Balans Beperkingen:

$$3x_1 = x_2 + x_3 \quad \text{(Brute balans)} \tag{7}$$
$$4x_1 = x_4 + x_5 \quad \text{(Chanelle balans)} \tag{8}$$

C. Niet-negativiteit:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Stap 4: Standaardvorm voor Simplex

Voeg slack-variabelen en artificiële variabelen toe:

$$\begin{aligned} x_1 + s_1 &= 4000 \\ x_1 + 3x_3 + 2x_5 + s_2 &= 6000 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + A_1 &= 0 \\ 4x_1 - x_4 - x_5 + A_2 &= 0 \end{aligned}$$

Opmerking: Voor gelijkheden (=) gebruiken we artificiële variabelen A_1, A_2 met grote negatieve coëfficiënt $-M$ in de doelfunctie (Two-Phase Simplex of Big-M methode).

Stap 5: Simplex Methode met Tabellen

Initiële Simplex-Tabel (Iteratie 0):
We herschrijven eerst de balansvergelijkingen:

$$3x_1 - x_2 - x_3 = 0 \quad \rightarrow \quad -3x_1 + x_2 + x_3 = 0$$
$$4x_1 - x_4 - x_5 = 0 \quad \rightarrow \quad -4x_1 + x_4 + x_5 = 0$$

Basis	**Z**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{x_4}$	$\mathbf{x_5}$	$\mathbf{s_1}$	$\mathbf{s_2}$	$\mathbf{A_1}$	$\mathbf{A_2}$	**RHS**
Z	1	3	-7	-14	-6	-10	0	0	0	0	0
s_1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	4000
s_2	0	1	0	3	0	2	0	1	0	0	6000
A_1	0	-3	1	1	0	0	0	0	1	0	0
A_2	0	-4	0	0	1	1	0	0	0	1	0

Analyse: Enterende variabele = x_3 (meest negatief: -14)
Ratio test:
- R2 (s_1): geen x_3 coëfficiënt $\rightarrow$ skip
- R3 (s_2): $6000/3 = 2000$
- R4 (A_1): $0/1 = 0 \leftarrow$ **minimum**
- R5 (A_2): geen $x_3 \rightarrow$ skip

Pivot: R4, kolom x_3 (coëff = 1)
Rij-operaties:

$$\text{R1} = \text{R1} + 14\text{R4}$$
$$\text{R3} = \text{R3} - 3\text{R4}$$

Simplex-Tabel Iteratie 1:

Basis	**Z**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{x_4}$	$\mathbf{x_5}$	$\mathbf{s_1}$	$\mathbf{s_2}$	**RHS**
Z	1	-39	7	0	-6	-10	0	0	0
s_1	0	1	0	0	0	0	1	0	4000
s_2	0	10	-3	0	0	2	0	1	6000
x_3	0	-3	1	1	0	0	0	0	0
A_2	0	-4	0	0	1	1	0	0	0

Analyse: Enterende variabele = x_1 (meest negatief: -39)
Ratio test:
- R2: $4000/1 = 4000$
- R3: $6000/10 = 600 \leftarrow$ **minimum**
- R4: negatief $\rightarrow$ skip
- R5: negatief $\rightarrow$ skip

Pivot: R3, kolom x_1 (coëff = 10), deel R3 door 10
Rij-operaties:

$$\text{R3}_{\text{nieuw}} = \text{R3}/10$$
$$\text{R1} = \text{R1} + 39\text{R3}_{\text{nieuw}}$$
$$\text{R2} = \text{R2} - \text{R3}_{\text{nieuw}}$$
$$\text{R4} = \text{R4} + 3\text{R3}_{\text{nieuw}}$$
$$\text{R5} = \text{R5} + 4\text{R3}_{\text{nieuw}}$$

Simplex-Tabel Iteratie 2:

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	RHS
Z	1	0	-4,7	0	-6	-2,2	0	3,9	23400
s_1	0	0	0,3	0	0	-0,2	1	-0,1	3400
x_1	0	1	-0,3	0	0	0,2	0	0,1	600
x_3	0	0	0,1	1	0	0,6	0	0,3	1800
A_2	0	0	-1,2	0	1	1,8	0	0,4	2400

Analyse: Enterende variabele = x_4 (meest negatief: -6)
A_2 verlaat basis $\rightarrow$ x_4 komt binnen (R5 is pivot)
Rij-operaties:

$$\text{R1} = \text{R1} + 6\text{R5}$$

Andere rijen worden aangepast voor x_4 kolom

Simplex-Tabel Iteratie 3 (Finaal):

Basis	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	RHS
Z	1	0	0	0	0	6	0	6,3	94500
s_1	0	0	0	0	0	0	1	0	1000
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	1500
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	4500
x_4	0	0	0	0	1	0	0	0	6000

Optimaliteitscriterium: Alle coëfficiënten in Z-rij zijn niet-negatief $\rightarrow$ **OPTIMAAL!**

Stap 6: Optimale Oplossing

Variabele	Optimale waarde
x_1 (Grondstof kg)	1.500
x_2 (Regular Brute dl)	0
x_3 (Luxury Brute dl)	4.500
x_4 (Regular Chanelle dl)	6.000
x_5 (Luxury Chanelle dl)	0
Maximale Winst (Z)	**€94.500**

Verificatie Beperkingen

Beperking	Gebruikt	Beschikbaar	Status
Grondstoffen	1.500	4.000	Niet bindend
Lab-tijd	6.000	6.000	**Bindend** ✓
Brute balans	$3(1500) = 4500$	$0 + 4500$	✓
Chanelle balans	$4(1500) = 6000$	$6000 + 0$	✓

Berekening Winst:

$$\begin{aligned} Z &= -3(1500) + 7(0) + 14(4500) + 6(6000) + 10(0) \\ &= -4.500 + 0 + 63.000 + 36.000 + 0 \\ &= \textbf{€94.500} \end{aligned}$$

Conclusie:
De optimale strategie is:
- Koop 1.500 kg grondstof
- Maak **alle** Brute om naar Luxury (4.500 dl)
- Verkoop **alle** Chanelle als Regular (6.000 dl)
- Lab-tijd is de bottleneck (volledig bezet)
- Maximale winst: €94.500

Waarom deze keuze?
- Luxury Brute heeft hoogste marge: €18 - €3/3 - €4 = €13 per dl
- Regular Chanelle: €6 - €3/4 = €5,25 per dl
- Lab-tijd is bepalend: alle tijd aan Luxury Brute (hoogste return)

Productie Optimalisatie bij een Bedrijf

Gegeven: Een bedrijf produceert drie producten met respectievelijke winst €3, €7 en €5. Elk product heeft 1 kg grondstoffen nodig. In totaal kunnen 50 kg grondstoffen worden aangekocht. Elk product heeft ook verwerkingstijd nodig op dezelfde machine: 2 uur, 3 uur en 1 uur voor respectievelijk product 1, 2 en 3. Deze machine is slechts 100 uur beschikbaar.

vraag 1 - Formuleer het lineair programmeringsmodel

Standaard notatie:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 3X_1 + 7X_2 + 5X_3 \\ \text{S.t. } X_1 + X_2 + X_3 &\leq 50 \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 &\leq 100 \\ X_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Simplex notatie (met spelvariabelen):

$$\begin{aligned} Z - 3X_1 - 7X_2 - 5X_3 &= 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 + S_1 &= 50 \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 &= 100 \end{aligned}$$

Initieel Simplex tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS	CRT
Z	-3	-7	-5	0	0	0	
S_1	1	1	1	1	0	50	50
S_2	2	3	1	0	1	100	33.33

Wat betekent "basis"?
De kolom "Basis"toont welke variabelen momenteel een waarde hebben. In het begin zijn dit de spelvariabelen S_1 en S_2:
- $S_1 = 50$ betekent: 50 kg grondstoffen blijven ongebruikt
- $S_2 = 100$ betekent: 100 uur machinetijd blijft ongebruikt
- $X_1 = X_2 = X_3 = 0$ betekent: we produceren nog niets

Dit geeft een winst van €0. We gaan dit verbeteren door productvariabelen in de basis"te brengen.

Stap 1: Kies pivot kolom: X_2 (meest negatieve waarde: -7)

Uitleg: De kolom met de meest negatieve waarde in de Z-rij wordt gekozen, omdat dit de variabele is die de winst het meest kan verhogen.
Stap 2: Bereken CRT (Column Ratio Test): $\min\left(\frac{50}{1}, \frac{100}{3}\right) = \min(50, 33.33) = 33.33$
Uitleg CRT: De CRT bepaalt welke rij uit de basis gaat. We delen de RHS (rechterkolom) door het corresponderende positieve element in de pivot kolom:

- Voor S_1: $\frac{50}{1} = 50$ (betekent: S_1 wordt 0 als we 50 eenheden X_2 produceren)
- Voor S_2: $\frac{100}{3} = 33.33$ (betekent: S_2 wordt 0 als we 33.33 eenheden X_2 produceren)

We kiezen het minimum omdat dit de eerste beperking is die we tegenkomen (eerste resource die opraakt).
Stap 3: Pivot element: $a_{32} = 3$ (rij S_2, kolom X_2)
Wat gebeurt er nu? - De "basis-wissel":

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	-3	-7	-5	0	0	0
S_1	1	1	1	1	0	50
S_2	2	**3**	1	0	1	100

CRT (Column Ratio Test): Voor S_1: $\frac{50}{1} = 50$; Voor S_2: $\frac{100}{3} = 33.33$ (kleinste waarde)

Interpretatie van Pivot-operatie

IN de basis: X_2 (gaan we produceren)
UIT de basis: S_2 (gaat naar 0)
Wat betekent dit fysisch?

- We gaan product 2 produceren (met winst €7 per stuk)
- We gebruiken daarbij alle beschikbare machinetijd op
- S_2 wordt 0: geen ongebruikte machinetijd meer
- De rij waar S_2 stond, wordt vervangen door de rij voor X_2

De pivot-rij (rood gemarkeerd): Dit is de rij die van eigenaar verandert. Was eerst de S_2-rij, wordt nu de X_2-rij.
De pivot-kolom (rood gemarkeerd): Dit is de variabele die de basis binnenkomt (X_2).
Het pivot-element (vet): Het getal 3 op het kruispunt. We maken dit 1 door de hele rij te delen door 3.

Rijoperaties:

- $R_2' = R_2/3$ (maak pivot element 1)
- $R_1' = R_1 + 7R_2'$ (elimineer X_2 in Z-rij)
- $R_3' = R_3 - R_2'$ (elimineer X_2 in S_1-rij)

Tableau na iteratie 1:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS	CRT
Z	$\frac{5}{3}$	0	$-\frac{8}{3}$	0	$\frac{7}{3}$	$\frac{700}{3}$	
S_1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{50}{3}$	25
X_2	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{100}{3}$	100

Stap 4: Nieuwe pivot kolom: X_3 (negatieve waarde: $-\frac{8}{3}$)
Uitleg: Er staat nog een negatieve waarde in de Z-rij, dus we zijn nog niet optimaal. We herhalen het proces.
Stap 5: Bereken CRT: $\min\left(\frac{50/3}{2/3}, \frac{100/3}{1/3}\right) = \min(25, 100) = 25$
Uitleg: De CRT toont dat S_1 uit de basis gaat als eerste, omdat de beperking "grondstoffenäls eerste opraakt.

Stap 6: Pivot element: $a_{23} = \frac{2}{3}$ (rij S_1)
Tweede basis-wissel (met rode markering):

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	$\frac{5}{3}$	0	$-\frac{8}{3}$	0	$\frac{7}{3}$	$\frac{700}{3}$
S_1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{50}{3}$
X_2	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{100}{3}$

CRT: Voor S_1: $\frac{50/3}{2/3} = 25$ (kleinste); Voor X_2: $\frac{100/3}{1/3} = 100$
Wat gebeurt er?

- **IN:** X_3 komt in de basis (gaan product 3 produceren)
- **UIT:** S_1 gaat uit de basis (wordt 0)
- **Betekenis:** We gaan nu ook product 3 maken en gebruiken daarbij alle grondstoffen op
- De S_1-rij wordt de nieuwe X_3-rij

Rijoperaties:

- $R_3' = R_3 \times \frac{3}{2}$ (maak pivot element 1)
- $R_1' = R_1 + \frac{8}{3}R_3'$ (elimineer X_3 in Z-rij)
- $R_2' = R_2 - \frac{1}{3}R_3'$ (elimineer X_3 in X_2-rij)

Optimaal Tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	3	0	0	4	1	300
X_3	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25
X_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	25

Het aflezen van de oplossing:
Regel 1: Alleen basis-variabelen hebben een waarde > 0
De kolom "Basis"toont welke variabelen een waarde hebben:

- X_3 zit in de basis $\Rightarrow X_3 = 25$ (aflezen uit RHS-kolom)
- X_2 zit in de basis $\Rightarrow X_2 = 25$ (aflezen uit RHS-kolom)
- X_1 zit **niet** in de basis $\Rightarrow X_1 = 0$
- S_1 zit niet in de basis $\Rightarrow S_1 = 0$ (alle grondstoffen gebruikt)
- S_2 zit niet in de basis $\Rightarrow S_2 = 0$ (alle machinetijd gebruikt)

Regel 2: Waarom negeren we de X_1-kolom?
In het tableau staat inderdaad $\frac{1}{2}$ bij X_1 in beide rijen. Deze coëfficiënten vertellen ons **niet** dat we X_1 moeten produceren! Ze vertellen ons:

Interpretatie van niet-basis variabelen

Als we zouden beslissen om 1 eenheid X_1 te produceren, **dan** zouden:

- X_3 dalen met $\frac{1}{2}$ eenheid (van 25 naar 24.5)
- X_2 dalen met $\frac{1}{2}$ eenheid (van 25 naar 24.5)

Maar omdat we de optimale oplossing zoeken en X_1 niet in de basis zit, **kiezen** we ervoor om $X_1 = 0$ te stellen.
Regel 3: De Z-rij vertelt of dit optimaal is
De coëfficiënt van X_1 in de Z-rij is +3 (positief). Dit betekent: als we X_1 in de basis zouden brengen, zou de winstfunctie **dalen** met 3 per eenheid. Daarom is het beter om $X_1 = 0$ te houden.

Optimale oplossing: Produceer 25 eenheden product 2 en 25 eenheden product 3, en 0

eenheden product 1.
Maximale winst: $Z = 0 \times 3 + 25 \times 7 + 25 \times 5 = 300$ euro
Opmerking: Alle coëfficiënten in de Z-rij zijn niet-negatief $\Rightarrow$ OPTIMAAL!

Vraag 2: Sensitiviteitsanalyse voor Prijs Product 2

Wat is sensitiviteitsanalyse?
Sensitiviteitsanalyse onderzoekt hoe gevoelig de optimale oplossing is voor veranderingen in parameters (zoals prijzen of beschikbare resources). We willen weten: binnen welk interval kan de prijs van product 2 (C_2) variëren zonder dat de huidige basis (= welke variabelen in productie zijn) verandert?
Methode: Omdat X_2 in de basis zit, moeten we controleren of het nog steeds optimaal is om X_2 te blijven produceren als de prijs verandert. Dit doen we door te testen of elke niet-basis variabele (X_1, S_1, S_2) de basis zou kunnen binnenkomen.

Stappenplan Sensitiviteitsanalyse voor Basis-variabele

STAP 1: Identificeer het optimale tableau
STAP 2: Voor elke niet-basis variabele (kolom):
a) Lees de coëfficiënten in die kolom af
b) Bereken de öpportunity cost"= wat kost het om deze variabele in de basis te brengen?
c) Stel een ongelijkheid op die garandeert dat deze variabele NIET aantrekkelijk wordt
STAP 3: Bepaal het interval waar ALLE voorwaarden gelden (doorsnede)

Test 1: Controleer X_1 als potentiële invaller
Waar halen we de cijfers vandaan? Kijk naar kolom X_1 in het optimale tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	3	0	0	4	1	300
X_3	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25
X_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	25

Interpretatie van de geel gemarkeerde X_1-kolom:
- De **3** in de Z-rij = huidige prijs van X_1 (uit oorspronkelijke doelfunctie)
- De $\frac{1}{2}$ bij X_3 = als we 1 eenheid X_1 maken, moeten we $\frac{1}{2}$ eenheid X_3 opgeven
- De $\frac{1}{2}$ bij X_2 = als we 1 eenheid X_1 maken, moeten we $\frac{1}{2}$ eenheid X_2 opgeven

Berekening opportunity cost:
Huidige basis: X_2 en X_3 zijn in productie. We testen of X_1 deze basis kan binnenkomen.
C_2 = nieuwe prijs van X_2 (We gaan voorwaarden opstellen in functie van C_2)

Actie	**Waarde**	**Effect op winst**
Breng 1 eenheid X_1 in basis	$C_1 = 3$	$+3$
Haal $\frac{1}{2}$ eenheid X_3 uit basis	prijs $X_3 = 5$	$-\frac{1}{2} \times 5 = -2.5$
Haal $\frac{1}{2}$ eenheid X_2 uit basis	prijs $X_2 = C_2$	$-\frac{1}{2} \times C_2$
Netto effect:		$3 - 2.5 - \frac{C_2}{2} = 0.5 - \frac{C_2}{2}$

Opmerking: We halen gedeeltelijk uit de huidige productiebasis (X_2 en X_3) om plaats te maken voor X_1.
Voorwaarde voor optimaliteit: Het netto effect moet ≤ 0 blijven (anders wordt X_1

aantrekkelijk):

$$\begin{aligned} 3 - \frac{5}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{6}{2} - \frac{5}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{1}{2} &\leq \frac{C_2}{2} \\ 1 &\leq C_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_2 \geq 1} \quad \text{(Voorwaarde 1)}$$

Test 2: Controleer S_1 als potentiële invaller
S_1 is een spelvariabele die aangeeft hoeveel grondstoffen ongebruikt blijven. In basis brengen van S_1 betekent dat we minder produceren en grondstoffen overlaten.
Waar halen we de cijfers vandaan? Kijk naar kolom S_1 in het optimale tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	3	0	0	4	1	300
X_3	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25
X_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	25

Interpretatie van de geel gemarkeerde S_1-kolom:

- De **4** in de Z-rij = shadow price van S_1 (hoeveel winst kost 1 eenheid ongebruikte grondstof)
- De $\frac{3}{2}$ bij X_3 = als we 1 eenheid S_1 in basis brengen, moeten we $\frac{3}{2}$ eenheid X_3 opgeven
- De $-\frac{1}{2}$ bij X_2 = als we 1 eenheid S_1 in basis brengen, neemt X_2 toe met $\frac{1}{2}$ eenheid

Berekening opportunity cost:

Actie	**Waarde**	**Effect op winst**
Breng 1 eenheid S_1 in basis	(slack)	+0 (geen waarde voor ongebruikte grondstof)
Haal $\frac{3}{2}$ eenheid X_3 uit basis	prijs $X_3 = 5$	$-\frac{3}{2} \times 5 = -7.5$
Haal $-\frac{1}{2}$ eenheid X_2 uit basis	prijs $X_2 = C_2$	$-(-\frac{1}{2}) \times C_2 = +\frac{C_2}{2}$
Netto effect:		$0 - 7.5 + \frac{C_2}{2} = -7.5 + \frac{C_2}{2}$

Uitleg negatief teken: De coëfficiënt $-\frac{1}{2}$ betekent dat X_2 juist **toeneemt** als we S_1 in de basis brengen. Dit geeft een **positief** effect op de winst!
Voorwaarde:

$$\begin{aligned} 0 - \frac{3}{2} \times 5 + \frac{1}{2} \times C_2 &\leq 0 \\ -\frac{15}{2} + \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{C_2}{2} &\leq \frac{15}{2} \\ C_2 &\leq 15 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_2 \leq 15} \quad \text{(Voorwaarde 2)}$$

Test 3: Controleer S_2 als potentiële invaller

S_2 representeert ongebruikte machinetijd. Vergelijkbare analyse:
Waar halen we de cijfers vandaan? Kijk naar kolom S_2 in het optimale tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	3	0	0	4	1	300
X_3	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25
X_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	25

Interpretatie van de geel gemarkeerde S_2-kolom:

- De **1** in de Z-rij = shadow price van S_2 (hoeveel winst kost 1 eenheid ongebruikte machinetijd)
- De $-\frac{1}{2}$ bij X_3 = als we 1 eenheid S_2 in basis brengen, neemt X_3 toe met $\frac{1}{2}$ eenheid
- De $\frac{1}{2}$ bij X_2 = als we 1 eenheid S_2 in basis brengen, moeten we $\frac{1}{2}$ eenheid X_2 opgeven

Berekening opportunity cost:

Actie	**Waarde**	**Effect op winst**
Breng 1 eenheid S_2 in basis	(slack)	$+0$
Haal $-\frac{1}{2}$ eenheid X_3 uit basis	prijs $X_3 = 5$	$-(-\frac{1}{2}) \times 5 = +2.5$
Haal $\frac{1}{2}$ eenheid X_2 uit basis	prijs $X_2 = C_2$	$-\frac{1}{2} \times C_2$
Netto effect:		$0 + 2.5 - \frac{C_2}{2}$

Voorwaarde:

$$\begin{aligned} 0 + \frac{1}{2} \times 5 - \frac{1}{2} \times C_2 &\leq 0 \\ \frac{5}{2} - \frac{C_2}{2} &\leq 0 \\ \frac{5}{2} &\leq \frac{C_2}{2} \\ 5 &\leq C_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_2 \geq 5} \quad \text{(Voorwaarde 3)}$$

Samenvatting van alle drie testen:

Kolom getest	**Netto effect**	**Ongelijkheid**	**Resultaat**
X_1	$3 - 2.5 - \frac{C_2}{2}$	$0.5 - \frac{C_2}{2} \leq 0$	$C_2 \geq 1$
S_1	$0 - 7.5 + \frac{C_2}{2}$	$-7.5 + \frac{C_2}{2} \leq 0$	$C_2 \leq 15$
S_2	$0 + 2.5 - \frac{C_2}{2}$	$2.5 - \frac{C_2}{2} \leq 0$	$C_2 \geq 5$

Conclusie: De doorsnede van alle voorwaarden geeft:

- Van X_1: $C_2 \geq 1$
- Van S_1: $C_2 \leq 15$
- Van S_2: $C_2 \geq 5$ $\leftarrow$ **meest restrictieve ondergrens!**

$$\boxed{5 \leq C_2 \leq 15}$$

Let op: De ondergrens van 5 komt uit test S_2 (niet uit test X_1), omdat $5 > 1$. De bovengrens van 15 komt uit test S_1.
Interpretatie: Zolang de prijs van product 2 tussen €5 en €15 blijft, is het optimaal om precies 25 eenheden product 2 en 25 eenheden product 3 te produceren. De productiemix verandert niet, maar de totale winst wel.

Toepassing: Als $C_2 = 13$
Controleren: $5 \leq 13 \leq 15$ ✓ $\Rightarrow$ Huidige basis blijft optimaal!

Nieuwe winst: $Z = 25 \times 13 + 25 \times 5 = 325 + 125 = 450$ euro
Belangrijke opmerking: De basis (welke producten we maken) blijft hetzelfde, maar de winstwaarde verandert wel door de hogere prijs van product 2.

Vraag 3: Sensitiviteitsanalyse voor Prijs Product 1

X_1 zit **niet** in de basis, dus we hoeven alleen X_1 zelf te controleren.
Test voor X_1:
Als we $1X_1$ in de basis brengen met prijs C_1:

- Kost: $+C_1$
- Uit basis: $\frac{1}{2}X_3 \to -\frac{1}{2} \times 5$
- Uit basis: $\frac{1}{2}X_2 \to -\frac{1}{2} \times 7$

Netto effect: $C_1 - \frac{5}{2} - \frac{7}{2} \leq 0$
$\Rightarrow C_1 \leq 6$
Conclusie: Voor $C_1 \leq 6$ blijft de huidige basis optimaal.
Als $C_1 = 7$: De huidige basis houdt niet stand!
Netto effect: $7 - 6 = 1 \Rightarrow$ Coëfficiënt in tableau wordt -1 (negatief in Z-rij)
Nieuwe iteratie nodig:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS	CRT
Z	-1	0	0	4	1	300	
X_3	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25	50
X_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	25	50

Pivot kolom: X_1, beide CRT gelijk, kies willekeurig X_2-rij.
Rijoperaties:

- $R_2' = R_2 \times 2$ (maak pivot 1)
- $R_1' = R_1 + R_2'$
- $R_3' = R_3 - \frac{1}{2}R_2'$

Nieuw optimaal tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	RHS
Z	0	2	0	3	2	350
X_3	0	-1	1	2	-1	0
X_1	1	2	0	-1	1	50

Nieuwe optimale oplossing: Produceer 50 eenheden product 1.
Nieuwe winst: $Z = 50 \times 7 = 350$ euro

Vraag 4: Introductie van Product 4

Kenmerken product 4:

- Winst: €17
- Verbruik: 3 kg grondstoffen
- Machinetime: 4 uur

Test of product 4 winstgevend is:
Als we $1X_4$ in de basis brengen:

- Kost: $+17$
- Grondstoffen: $3S_1$ uit basis $\to -3 \times 4 = -12$
- Machinetijd: $4S_2$ uit basis $\to -4 \times 1 = -4$

Netto effect: $17 - 12 - 4 = 1 > 0 \Rightarrow$ **JA, product 4 moet worden geproduceerd!**
Kolom voor X_4 berekenen:
Voor rij X_3: $3S_1 + (-1/2)S_2 = 3 \times \frac{3}{2} + (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) = \frac{9}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$
Voor rij X_2: $3S_1 + 4S_2 = 3 \times (-\frac{1}{2}) + 4 \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

Nieuw tableau met X_4:

Basis	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	RHS	CRT
Z	3	0	0	-1	4	1	300	
X_3	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25	10
X_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	25	50

Pivot kolom: X_4, CRT: $\min\left(\frac{25}{5/2}, \frac{25}{1/2}\right) = 10$

Pivot element: $\frac{5}{2}$ in rij X_3

Rijoperaties:

- $R_3' = R_3 \times \frac{2}{5}$ (maak pivot 1)
- $R_1' = R_1 + R_3'$
- $R_2' = R_2 - \frac{1}{2}R_3'$

Finaal optimaal tableau:

Basis	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	RHS
Z	3	0	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{23}{5}$	$\frac{4}{5}$	310
X_4	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	10
X_2	$\frac{3}{5}$	1	$-\frac{1}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	20

Nieuwe optimale oplossing: Produceer 10 eenheden product 4 en 20 eenheden product 2.

Nieuwe maximale winst: $Z = 10 \times 17 + 20 \times 7 = 310$ euro

Conclusie: Door product 4 te introduceren stijgt de winst van €300 naar €310 (+€10).

7 Examentips

Examentips

- Maak veel oefenexamens. Zorg echt dat je duidelijk bent en tekeningen kunt maken.
- Maak simplex oefeningen en zorg dat je de stappen kent.
- Wees echt breed bij uitleggen. Wat heeft invloed op wat, zijn er cyclussen, etc.
- Zorg dat je de verschillende kostprijsberekeningen kent.
- Afschrijvigen gaat hij zoiezo vragen
- Zorg dat je makkelijk annuïteiten en actualisatie kunt berekenen.
- Bekijk toledo met voorbeeld examens, case studies en uitgewerkte Simplex oefeningen.

Als je veel last hebt met dit vak. Geen zorgen ik ook. Het komt goed. Blijf er gewoon voor gaan.

8 Succes

Veel succes met de examens!

— Ruben Ryckaert